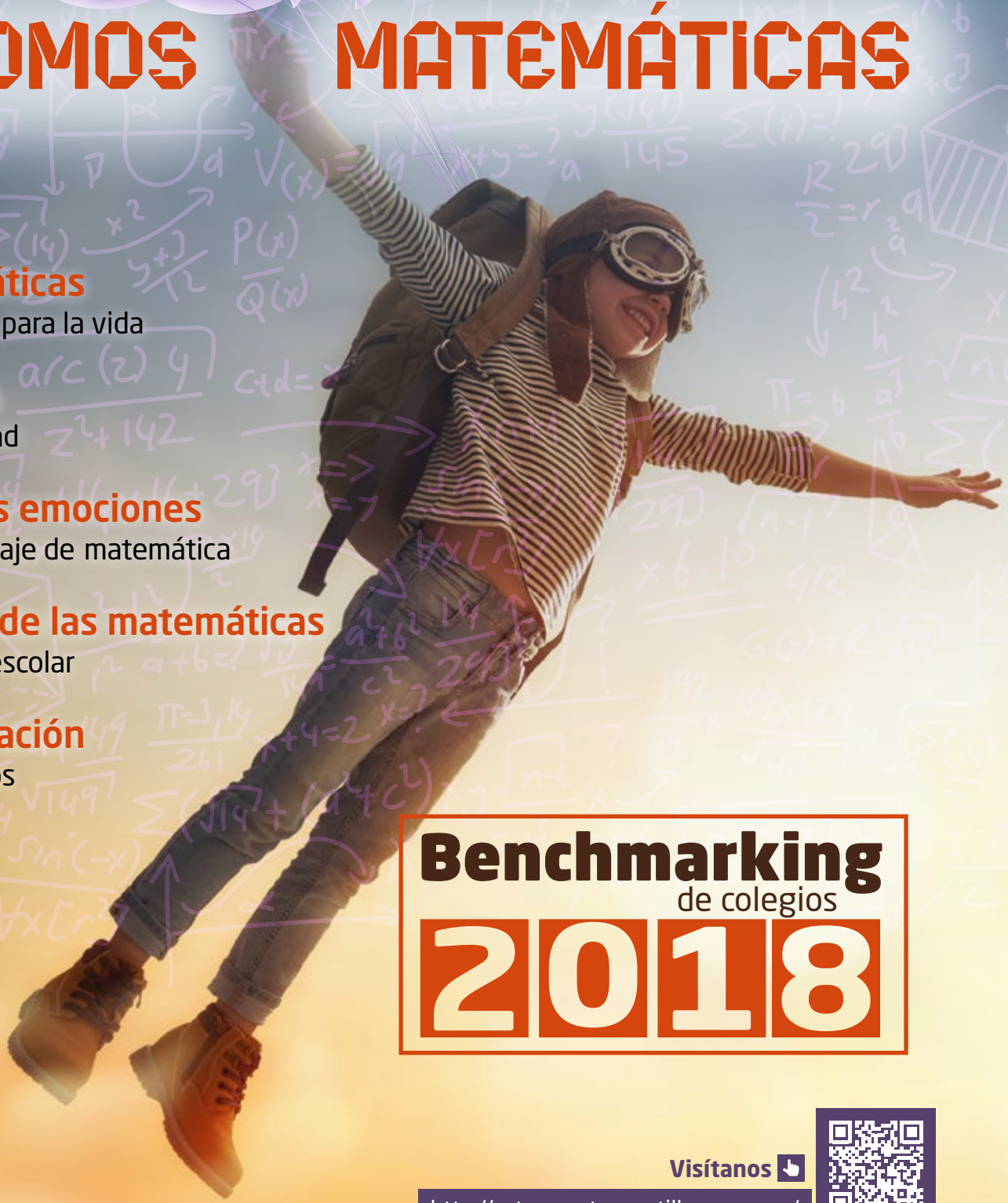
Ruta Maestra RM

Edición 26

SOMOS MATEMÁTICAS



Las matemáticas
imprescindibles para la vida

Matemática
de la cotidianidad

Conectar las emociones
para el aprendizaje de matemática

El lenguaje de las matemáticas
en el contexto escolar

La humanización
de los algoritmos

Benchmarking
de colegios
2018

Visítanos
http://rutamaestra.santillana.com.co/

/santillana.colombia

/Santillana_Col

SANTILLANA

Contenido

EDICIÓN 26

EDITORIAL

CONTEXTO

Todo el mundo quiere **"quants"** — 1 — Miguel Barrero

Las Matemáticas imprescindibles para la vida — 2 — Claudi Alsina Catalá

CENTRAL INTERNACIONAL

Matemática de la Cotidianidad — 8 — Bruno D'Amore y Martha I. Fandiño P.

Conectar las emociones para el aprendizaje de la matemática: El poder de una buena historia — 16 — David Dockterman

CENTRAL NACIONAL

El lenguaje de las matemáticas en el contexto escolar — 28 — Fabio Jurado

La relación lectura, matemáticas, contextos reales. Contribuciones de la educación matemática a la formación ciudadana — 35 — Gloria García

EVALUACIÓN

Evaluar sin traumatizar — 40 — Bernando Recamán S.

RECOMENDADO

La humanización de los algoritmos — 44 — Garbiñe Larralde

APLICACIONES PARA EL AULA

La pedagogía por proyectos: la interdisciplinariedad en el lenguaje y matemática — 48 — María C. de Oliveira y Daiane L. de Matos B.

APLICACIONES PARA EL ÁREA

Papiroflexia en las clases de matemáticas y ajedréz — 57 — Miguel Ángel Vidal Martín

METODOLOGÍA

La clave para aprender es... **Comprender** — 67 — Javier Estebaranz

INVITADO ESPECIAL

El entendimiento **Matemático** — 71 — David Dcokterman

OPINIÓN

Nacidos para la matemática... sólo que no lo sabemos: Neurociencia Educacional... preocupados por las mates — 81 — Sandra Torresi

Descubrir el talento en las **matemáticas** — 86 — Laura Gómez Bermeo

INVESTIGACIÓN

La lectura crítica en matemáticas: Un ejemplo desde el enfoque histórico — 89 — Clara C. Rivera, Luís A. Rivera Escobar y Rubén D. Henáo

La investigación matemática en Colombia — 97 — Germán A. Combariza

EXPERIENCIA INTERNACIONAL

Avances y desafíos de la matemática escolar en Chile — 100 — Raimundo Olfos Ayarzar

EXPERIENCIA NACIONAL

Sistemas de prácticas matemáticas: lo individual y social del conocimiento matemático — 110 — Gilberto De Jesús Obando Zapata

La evaluación formativa una mirada desde el proceso de escritura en diversas áreas — 116 — Gabriel J. Castaño Uribe

GESTIÓN DIRECTIVA

Benchmarking de colegios 2018 — 122 — Daniel Bogoya

REFLEXIÓN

El devenir del **punto** — 129 — José Villella

TENDENCIAS

Funciones ejecutivas y la (de)construcción de incógnitas — 134 — David Bueno y Anna Forés

El sentido de la formación de los estudiantes en **habilidades pro-sociales** — 138 — José Guillermo Martínez

ACTUALIDAD

Avancemos 4.°,6.°,8.°: la apuesta de evaluación formativa del Icfes — 142 — Laura Flórez Díaz y Nicolás Castro Vergara

TALIS 2018: La profesión docente en Colombia **saca la voz** — 146 — Dr. Pablo Fraser y Dr. Markus Schwabe

DIRECCIÓN
Nancy Ramírez

CONSEJO EDITORIAL
Manuela Lara
Andrea Muñoz
Isabel Cristina Ballén
Camila Alvarado
Yull Jaramillo
Andrés Salas
Jesús Solorzano

PRODUCCIÓN WEB
VEXEL S.A.S.

DISEÑO Y DIAGRAMACIÓN
Cristian Mendez (Pautas)
APPLET S.A.S.

EDITOR
Orlando Bermúdez

EDITORIAL
Santillana S.A.S.

Carrera 11A Nº 98-50
Bogotá D. C., Colombia
Teléfono: 705-7777
www.santillana.com.co
marketingco@santillana.com

ISSN 2322-7036
Impreso en Colombia por
Editoral Delfín SAS
Julio de 2019

¿Tienes una experiencia interesante que otros docentes puedan replicar en el aula y te gustaría publicarla en Ruta Maestra? **Envíanosla a: marketingco@santillana.com**

SANTILLANA Richmond COMPARTIR UNO loqueleo

Todo el mundo quiere “quants”

Miguel Barrero
Director General Investigación y Desarrollo Grupo Santillana
@mbarrerom

> “En nuestra sociedad, cada vez más dirigida por la ciencia y la tecnología, las matemáticas se están convirtiendo en una fuente de poder, riqueza y desarrollo. Por lo tanto, aquellos que dominen este idioma liderarán este progreso”.
>
> **Edward Frenkel**

Para muchos -muchísimos- escolares de todo el mundo la asignatura de matemáticas es equivalente a tormento pedagógico, a frustración académica, a bajas calificaciones, a caer en un bucle donde es imposible progresar… Una pesadilla. Una barrera. La radiografía de PISA revela la pandemia de una baja competencia matemática con una frecuencia indeseada más allá de los países asiáticos. Éxito matemático es India, Hong-Kong, Corea, Japón, Singapur…

Desde el mundo del trabajo la demanda se escribe en términos de algoritmos, de pensamiento computacional, de inteligencia artificial, de Big Data y de mining, de resolución de problemas, de learning machines… ¡No hay suficientes matemáticos en el mundo! ¡Consultoras, analistas, banca corren tras ellos! ¡El siglo XXI necesita más! ¿Dónde están? ¿Quién los está formando? El futuro es cálculo: la ingeniería, la medicina, las finanzas, la economía, el marketing… Se formulan en algoritmos, en lógica matemática, en simulaciones, en modelos predictivos… El nuevo paradigma educativo busca un ciudadano con resistencia a la frustración, con capacidad de idear alternativas, competente para encontrar soluciones divergentes, con actitud creativa… ¡Ahora eso son matemáticas! Los Gobiernos y las empresas claman por generar más vocaciones STEM (Science, Engineering, Technology & Maths) donde la “M” tiene sentido en sí misma y da fundamento a la “S”, a la “T” y a la “E”. Las universidades de ciencias exactas tiene cola para entrar. Exigen la mayor nota media de su historia y aún así tienen lista de espera. La demanda es mucho mayor a la oferta. Las empresas están en la puerta con los contratos en la mano. Quieren científicos de datos y creadores de algoritmos, buscan pronósticos de demanda y de consumo, desean predicciones, analíticas de comportamiento. La ciencia y la computación hablan, piensan y se expresan con lenguaje matemático. Frente al estereotipo de la rigidez mental y de la extraña personalidad del “alumno Pitagorín” de otras épocas está la flexibilidad, la versatilidad y la agilidad del nuevo estrellato de aquellos que son capaces de ganar una Olimpiada Matemática sin tener que esconderse por “repelentes marcianos”. Son los “quants”.

Estos son algunos de los motivos por los que se mira a la escuela en relación con el nivel de competencia matemática que es capaz de imprimir a sus alumnos. Las matemáticas siempre estaban en la vida, pero ahora están en todas partes. Han pasado de ser un lenguaje de la élite a ser un segundo idioma, un nuevo inglés. Quizás por eso estamos viviendo una explosión de métodos didácticos escolares: el gap existente entre el rendimiento y la competencia matemática que tienen nuestros alumnos y la demanda de formación en la materia que necesita la Sociedad del Conocimiento en la que viven y en la que tendrán que trabajar es una tarea a resolver con urgencia. Para entender el mundo XXI se necesitan algoritmos, para trabajar en el mundo XXI se requiere cálculo y computación, para tener las competencias de un ciudadano del siglo XXI se necesita nutrición matemática.

La escuela tiene que buscar las mejores maneras de enseñar la asignatura: unos buscarán en los métodos asiáticos basados en la repetición y la dosificación en píldoras, otros lo harán en los procedimientos manipulativos, otros en enfoque más conceptuales o, quizás, en los procedimentales… Las escuelas no pueden ser ajenas a la sociedad a la que se deben y, además, en el caso de las matemáticas se suma una deuda histórica: reconvertir una asignatura “maldita” en una ciencia para la vida. **RM**

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/todo-el-mundo-quiere-quants/

Claudi Alsina Catalá

Catedrático de matemáticas (jubilado) de la Universidad Politécnica de Catalunya. Especialista en educación matemática, divulgación geometría de Gaudí y ecuaciones funcionales.

Las matemáticas imprescindibles *para la vida*

Resumen

Todas las personas en su vida cotidiana pueden salir de casa, pero: ¡no sin las matemáticas! En este artículo se reflexionará sobre las matemáticas imprescindibles para el desarrollo normal de la vida diaria de las personas y las implicaciones que ello debería tener en la enseñanza.

Desde hace muchos años me he considerado un apasionado defensor de la educación matemática basada en competencias y en aplicaciones reales y procesos de modelización. Por ello, respondiendo a la amable invitación de **RUTA MAESTRA**, he pensado que este podía ser un buen tema para la revista. Con la esperanza de que muchos más educadores se sumen a este enfoque ambicioso que es educativamente motivador y que lleva a una reflexión serena y profunda sobre lo que realmente es imprescindible en la formación matemática para todos.

¿Se necesitan las matemáticas en la vida cotidiana?

Esta es una pregunta importante que recibe a menudo respuestas muy curiosas. Pueden oírse respuestas desde la ignorancia y el rencor (“¡No!... no sirven para nada”), desde la pasión y la exageración (“Todo son matemáticas”), desde la duda y la indiferencia (“No sé... quizás en algo”). Todas estas respuestas ponen de manifiesto, en cualquiera de

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/las-matematicas-imprescindibles-para-la-vida/

sus formulaciones, que el problema existe: el sistema educativo obligatorio está al servicio de formar futuros ciudadanos bien preparados para ejercer una ciudadanía inteligente pero no siempre se logra "hacer un puente correcto" entre los instrumentos estudiados y los usos normales de los mismos en la vida de las personas. Parece obvio que si los chicos y chicas "superan" las matemáticas escolares, pero luego no han hecho suyas las cosas aprendidas, si no han interiorizado los recursos o no los ponen en funcionamiento cuando deberían, entonces nos encontraríamos ante uno de los mayores fracasos de la enseñanza matemática. La verdadera evaluación del éxito formativo no está dentro del sistema educativo sino fuera de él, en la vida, en la profesión, en la familia y en la sociedad.

¿No deberían explicarse otras cosas?

Evidentemente un currículo pensado para la formación ciudadana debería delimitar muy bien tanto lo que se aprende como los usos de lo aprendido. Los programas actuales son muy sensatos sobre los contenidos que se dan. Sin embargo, la labor docente no siempre logra hacer patente la potencialidad que los contenidos dados tienen para ser aplicados. Una cosa es explicar y practicar muy bien la proporcionalidad como tema matemático haciendo especial mención de la versión aritmética, geométrica, probabilística, etc.; pero otra muy diferente es mirar y discutir los usos sociales de la proporcionalidad: en las penas judiciales, en las representaciones políticas democráticas, en las retribuciones de las personas, en los índices de salud, en las repercusiones ecológicas...

Seguramente es responsabilidad de los docentes *prestar más atención al uso de los contenidos en la vida*, haciendo un discurso más interdisciplinario donde *contexto y matemáticas* tengan que reajustarse. La propia confrontación *matemática-realidad* ya es interesante en sí misma pues obligará a trabajar más los aspectos de *modelización*: una de las claves educativas.

En las siguientes citas de grandes educadores matemáticos podemos encontrar claramente unas normas para aplicar en los procesos de enseñanza-aprendizaje:

"… la adquisición de habilidades matemáticas precisa dedicación y trabajo duro. Por tanto, requiere motivación… para tener un sentido matemático general no se requiere nada más que interés… el objetivo de la educación matemática debe ser producir ciudadanos educados y no una pobre imitación de una calculadora de 30$… como más formas tengamos de conocer nuestro mundo y a nosotros mismos, nuestras vidas estarán más enriquecidas, por esto debemos concentrar nuestro esfuerzo en dar un gran panorama general de las matemáticas…".

Keith Devlin, 1997

"¿Cómo crear contextos adecuados para poder enseñar matematizando?… necesitamos problemas matemáticos que tengan un contexto significativo para los estudiantes".

Freudenthal, 1983.

"El contexto puede ser la vida cotidiana, cultural, científica, artificial, matemático, etc. los problemas del mundo real serán usados para desarrollar conceptos matemáticos… luego habrá ocasión de abstraer, a diferentes niveles, de formalizar y de generalizar… y volver a aplicar lo aprendido… y reinventar la matemática…".

Jan de Lange, 1996

"En matemáticas, lo que necesitamos es "alfabetización cuantitativa", la capacidad de hacer conexiones cuantitativas siempre que la vida lo requiera (como cuando nos enfrentamos a resultados de pruebas médicas en conflicto, donde debemos decidir si debemos someternos a otro procedimiento) y "modelos matemáticos". Capacidad de moverse prácticamente entre problemas cotidianos y formulaciones matemáticas (como cuando decidimos si es mejor comprar o arrendar un auto nuevo).

Los padres, las juntas de educación estatales y las universidades tienen una opción a considerar. La secuencia matemática tradicional de la escuela secundaria no es el único camino hacia la competencia matemática. Es cierto que la competencia de nuestros estudiantes, medida con los estándares tradicionales, se ha retrasado con respecto a la de los estudiantes de otros países, pero creemos que la mejor manera de competir globalmente en los Estados Unidos es luchar por la alfabetización cuantitativa universal: temas de enseñanza que hacen que tienen sentido para todos los estudiantes y pueden ser utilizados por ellos a lo largo de sus vidas".

Sol Garfunkel- David Mumford, 2011

"Los retos en modelización y aplicaciones en la enseñanza de la matemática serán: considerar aspectos extra-matemáticos, que los estudiantes participen activamente y creativamente, cómo evaluar, cómo usar computadores y cómo aumentar el nivel de los programas… sin disfrazar o camuflar problemas sino buscando su autenticidad".

Mogens Niss, 1992

"La competencia matemática es la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar matemáticas en una gran variedad de situaciones y contextos en los cuales la matemática juega, o podría jugar un papel importante".

Mogens Niss, 1992

La oportunidad de esta última definición es que resume en una frase, lo que es el gran objetivo de aprender matemáticas: hacer personas competentes matemáticamente. El tema es relevante pues en el mundo que nos rodea podemos descubrir un gran número de incompetencias en situaciones que son cotidianas y muy simples. Por eso hoy en día junto al tema de la alfabetización preocupa el tema de una cultura cuantitativa (quantitative literacy) para todos. No se trata solo de saber sino de saber aplicar..

La modelización

Si el objetivo es hoy una enseñanza competencial, uno de los recursos didácticos en matemáticas es trabajar los procesos de modelización.

La modelización matemática ya fue descrita hace 22 años por Henry O. Pollak ("Solving Problems in the Real World" en el libro de L. A. Steen (Ed.) Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America. The College Board, New York, 1997):

"Cada aplicación de la matemática usa la matemática para evaluar, entender o predecir algo que pertenece al mundo no matemático. Lo que caracteriza a la modelización es la atención explícita al principio del proceso, al ir desde el problema fuera del mundo matemático a su formulación matemática, y una reconciliación explícita entre las matemáticas y la situación del mundo real al final. A través del proceso de modelización se presta atención al mundo externo y al matemático y los resultados han de ser matemáticamente correctos y razonables en el contexto del mundo real".

Pero lo más interesante es que el propio H. O. Pollack describió muy acertadamente los ocho pasos que deben darse en todo proceso de modelización matemática:

1. Se identifica algo en el mundo real que queremos conocer, hacer o entender. El resultado es una cuestión en el mundo real.
2. Seleccionamos "objetos" que parecen importantes en la cuestión del mundo real e identificamos las relaciones entre ellos. El resultado es la identificación de conceptos clave en la situación del mundo real.
3. Decidimos lo que consideraremos o lo que ignoraremos sobre los objetos y su interrelación. No se puede tomar todo en cuenta. El resultado es una versión idealizada de la cuestión original.
4. Traducimos la versión idealizada a términos matemáticos y obtenemos una formulación matematizada de la cuestión idealizada. A esto lo llamamos un modelo matemático.
5. Identificamos los apartados de la matemática que pueden ser relevantes para el modelo y consideramos sus posibles contribuciones.

6. Usamos métodos matemáticos e ideas para obtener resultados. Así surgen técnicas, ejemplos interesantes, soluciones, aproximaciones, teoremas, algoritmos…
7. Tomamos todos estos resultados y los trasladamos al principio. Tenemos entonces una teoría sobre la cuestión idealizada.
8. Ahora debemos verificar la realidad. ¿Creemos en el resultado? ¿Son los resultados prácticos, las respuestas razonables, las consecuencias aceptables?

   a. Si la respuesta es sí, hemos tenido éxito. Entonces el siguiente trabajo que es difícil pero extraordinariamente importante es comunicar lo encontrado a sus usuarios potenciales.
   b. Si la respuesta es no, volvemos al inicio. ¿Por qué los resultados no son prácticos o las respuestas no razonables o las consecuencias inaceptables? Seguramente el modelo no era correcto. Examinamos lo que pudimos hacer mal y porqué y empezamos de nuevo.

Esta es una magistral descripción de los procesos de modelización que podemos seguir en las aulas. Para más detalles pueden consultar en red (Alsina, 2018) 1.

¿Para qué son imprescindibles realmente las matemáticas?

Y con esta cuestión llegamos al punto central del asunto. Es evidente que está bien tener "una cultura matemática" general, conocer elementos históricos, orígenes conceptuales, aplicaciones a grandes temas científicos y técnicos... pero también es verdad que en la vida normal de las personas no entra el edificar rascacielos, calcular puentes, organizar aeropuertos, hacer mapas topográficos, etc. En consecuencia, debería prestarse especial atención a temas de:

Salud	Ecología	Economía
Vivienda	Consumo	Transporte
Tecnología	Democracia	Convivencia

Puede que en muchos casos se descubra que la artillería matemática a usar sea limitada, sin grandes complejidades, pero saber manejar bien grandes recursos en situaciones muy variadas es ya de por sí interesante desde el punto de vista educativo.

1 ALSINA, C., Elogio de la modelización matemática, http://www.revistaeducan.es/2018/01/elogio-de-la-modelizacion-matematica.html, 2018.

Un buen ejemplo de esto sería el de las funciones. La enseñanza prima a las funciones expresables por fórmulas, calculables, derivables, representables... sin embargo la inmensa mayoría de gráficas interesantes socialmente no corresponden a ninguna fórmula, pero pueden admitir interesantes lecturas matemáticas.

Para concretar más esta manera de contemplar las matemáticas para la vida comentaremos aquí los diez usos esenciales que creemos deberían darse a las matemáticas:

Para concretar más esta manera de contemplar las matemáticas para la vida comentaremos aquí los diez usos esenciales que creemos deberían darse a las matemáticas:

1. Matemáticas para resolver problemas

Este aspecto de las matemáticas es el más tradicional. Usar los recursos matemáticos para resolver asuntos problemáticos. Calcular un coste, verificar la bondad de una factura, resolver el amueblamiento de un piso, cobrar un trabajo, etc., son cuestiones cotidianas que obligan a poner en juego *aritmética, ecuaciones, álgebra, geometría* y una enorme variedad de técnicas adaptables a problemáticas muy diversas. Al menos en este aspecto básico de las matemáticas casi todo el mundo está de acuerdo.Un aspecto interesante a resaltar es el objetivo de evitar los muchos errores que las personas cometen al usar matemáticas.

2. Matemáticas para elegir

Un aspecto particularmente importante es el uso de la educación para la *democracia*. Otro aspecto es el de la elección entre diversas alternativas, es decir la *toma de decisiones*. El análisis cuantitativo y cualitativo de los procesos y las leyes electorales (sondeos, recuentos, atribuciones de escaños, representación, proporcionalidad...) merecen especial atención. La evaluación de divisiones justas, ofertas equivalentes, descuentos, etc., tiene enorme interés en el mercado libre que nos rodea.

3. Matemáticas para cambiar de hábitos

Ante hábitos perjudiciales para la salud (tabaco, drogas, alcohol, conducción temeraria de motos, patinetes eléctricos y automóviles...) o ante hábitos inconvenientes para la vida en general (loterías, bingos, quinielas, juegos en casinos...) las matemáticas pueden ayudar a interpretar *datos estadísticos*, analizar *dependencias* entre variables, aclarar la *aleatoriedad* de los sucesos, evaluar esperanzas (de vida o de pérdidas), etc. Nos hallamos así ante matemáticas que, siendo respetuosas con las opciones personales, pueden inducir a cambiar de hábitos, o a moderar los mismos o a elegir hábitos más positivos.

4. Matemáticas para interpretar

Datos (Big data hoy), gráficas, abreviaciones, siglas, símbolos, imágenes multimedia, etc., pone hoy al ciudadano ante la necesidad de interpretar o descodificar todo el inmenso caudal de *información*. La teoría de la codificación, la teoría de funciones, el cálculo, la geometría, etc., pueden ponerse al servicio de algo tan simple como vital: enterarse de lo que hay. Otra cosa será actuar, pero como mínimo hay que entender lo que se presenta. Y saber mezclar matemáticas en el contexto.

5. Matemáticas para planificar

Temas como la planificación familiar, las ventajas fiscales, las pensiones, las inversiones, los créditos, las hipotecas, el ahorro, la realización de viajes, etc. exigen poner en juego *cálculos a largo plazo* donde las series numéricas o temporales asociadas pueden tener factores fijos y elementos variables o inciertos. Planificar exige, por definición, hacer previsiones y en ello influye más el cálculo que la intuición. La simple improvisación o “el cada día ya traerá su problema” difícilmente son compatibles

con la marcha (¡frenética!) de la vida actual.

6. Matemáticas para defenderse

En muchos momentos de la vida es imprescindible defenderse ante hechos, sentencias, reclamaciones, abusos, etc. La nulidad de un proceso, la compensación de un daño, la solicitud de una devolución, etc., pueden beneficiarse de contenidos matemáticos que ayuden a clarificar situaciones, a establecer criterios o cuantificar situaciones. La propia *lógica* deductiva, la *teoría de índices* económicos, los simples criterios de *proporcionalidad*, etc., pueden aportar beneficios apetecibles ante causas justas.

7. Matemáticas para reclamar

Complementariamente a la defensa es conveniente frecuentemente exigir reclamaciones. Igualdad ante la ley, equidad, reparación de daños, devolución de impuestos, etc. son situaciones donde los procesos cuantitativos, el análisis de causa-efecto o correlación, diagramas en árbol, procesos estocásticos, etc. pueden ayudar a formalizar reclamaciones adecuadas.

8. Matemáticas para aclarar

No siempre aquello que nos rodea, nos informa, nos seduce, etc. presenta un aspecto claro y diáfano. Es frecuente encontrar casos donde la confusión, la mala fe, el exceso de datos, etc. precisan de aclaraciones. Las matemáticas en general y la lógica en particular pueden ayudar a hacer aflorar la verdad, la verosimilitud, la credibilidad.

9. Matemáticas para criticar

Si un objetivo educativo prioritario es el desarrollo de actitudes críticas de la ciudadanía en general, se impone que desde las matemáticas se fomente este espíritu crítico. No se trata de llevar el *rigor* matemático a sus últimas consecuencias lo cual generaría una crítica irrealista al ofrecer salidas no viables o puramente retóricas. Se trata de aplicar bien el rigor en la forma de analizar y para ello, si es preciso, poner en juego las habilidades matemáticas adecuadas al tema.

10. Matemáticas para dialogar

Los contactos con profesionales muy diversos exigen unas buenas capacidades para mantener diálogos inteligentes, formulando preguntas clave o captando lo esencial de lo que se dice. En un mundo tecnológico y de creciente especialización esta necesidad será cada vez más acuciante. *Cálculo, medidas, representaciones gráficas...* y buenas *dosis de sentido común* deben ponerse al servicio de entender y hacerse entender. Los diálogos son siempre cosas de dos (o más) y en esta vida, por suerte o por desgracia, no todo son poesías.

¿Y por tanto...?

Seguramente los docentes deberíamos tener más en cuenta esta misión formativa de las matemáticas y hacer más énfasis en las aplicaciones cotidianas, en los datos, en la interpretación de los resultados, en los usos o abusos. La investigación educativa ha demostrado que las *matemáticas con contexto se aprenden mejor,* con lo cual al tender este puente hacia la vida facilitaremos además el propio aprendizaje. Pero también sería deseable que la sociedad en general, pero en especial los medios de comunicación, los estamentos políticos, las instituciones, las familias, etc. ayudaran a este proceso. Las matemáticas no lo resuelven todo, pero pueden ayudar en muchas cosas. Esto es interesante para todos. No es un puro ejercicio escolar. En todo esto reside parte de nuestro futuro. ¡Gracias por apostar, desde la educación, por el futuro! **RM**

Bibliografía

ALSINA, C., Una matemática feliz y otras conferencias, Buenos Aires, OMA, 1995.

ALSINA, C. Too much is not enough. Teaching maths through useful applications with local and global perspectives. Educational Studies in Mathematics 50, 2002, 239-250.

ALSINA, C., Todo está en los números, Barcelona, Editorial Ariel, 2017.

BLUM, W., NISS, M., Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects - State, Trends and Issues in Mathematics Instruction, Educational Studies in Mathematics 22 (1), 1991, 37-68.

BOLT, B., Mathematics meets technology, Cambridge: University Press, 1991.

DE GUZMÁN, M., Para pensar mejor, Labor, Barcelona, 1992.

DE GUZMÁN, M., Pensamiento entorno al quehacer matemático. http://www.mat.ucm.es/~guzman/.,2002.

FREUDENTHAL, H., Major Problems in Mathematics Education in: Zweng, M. and Green, T. ; Kiplatrick, J.; Pollak, H. ; Suydam M. ed. Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education, Boston, Birkhauser, 1983.

MATOS, J.F., et ál. (Eds.) Modelling and Mathematics Education. Chichester: Ellis Horwood, 2001.

NISS, M., Quantitative Literacy and Mathematics Competencies, in Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges, 2001, 215-220. (http://www.maa.org/Qh/pg215_220.pdf).

POLLAK, H. O., Solving Problems in the Real World. In Steen, L. A. (ed.), Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America, New York: The College Board, 1997, 91-105.

ROMBERG, T. A.; DE LANGE J. ed., Mathematics in Context, Chicago, EBEC, 1997.

STEEN, L. A., For all practical purposes, COMAP, Lexington. W. H. Freeman Co. New York, 1994. Versión española: Matemáticas en la vida cotidiana, Addison-Wesley UAM, Madrid, 1999.

Bruno D'Amore

Matemático y escritor italiano. Graduado en Matemática, Pedagogía, Filosofía, con postgrado en "Matemáticas elementales desde un punto de vista superior", todos obtenidos en la Universidad de Bolonia (Italia). Doctorado en Educación Matemática de la Universidad "Constantino el Filósofo" de Nitra en Eslovaquia y Doctorado Honoris Causa de la Universidad de Chipre.

Martha Isabel Fandiño Pinilla

Licenciada en matemática y autora con doble nacionalidad Colombiana e Italiana. Se graduó en Ciencias de la educación con estudios principales en Matemática (Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá); especialista en Educación Matemática (Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá); PhD en Mathematics Education (Universidad Filósofo Costantino de Nitra, Eslovaquia). Reconocimiento internacional por sus investigaciones en el área.

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/matematica-de-la-cotidianidad/

Matemática de la cotidianidad

Resumen

A partir de su experiencia como relatores del III Simposio de Educación Matemática (Chivilcoy, Argentina, mayo 2001) los autores realizan un conjunto de reflexiones que ofrecen para clarificar el sentido de la expresión "matemática de la cotidianidad" que supere consideraciones obvias y elementales. Para ello, parten de las siguientes consideraciones: (1) relación entre matemática, sociedad y cultura; (2) relaciones entre las nociones de cotidianidad, realidad y motivación del trabajo escolar; (3) relaciones entre las necesidades matemáticas cotidianas y la matemática que se estudia en las escuelas; (4) precauciones que se deben tener en cuenta en relación con las etnomatemáticas; y (5) trascendencia del lenguaje en el aprendizaje con base en las consideraciones anteriores, se desarrollan los dos puntos argumentativos clave; el primero, se refiere a la problemática generada por los conflictos que se suscitan en el maestro cuando el alumno le reclama una respuesta a la pregunta ¿para qué sirve la matemática que se estudia en la escuela?; el segundo, es el fenómeno de la "escolarización de los saberes", el trabajo concluye con la afirmación según la cual el problema de la "matemática de la cotidianidad" debe investigarse no como un "problema de enseñanza" sino como un asunto asociado con una "epistemología del aprendizaje" y, en este sentido deben tomarse en cuenta los logros alcanzados por la investigación que se hace en didáctica de la matemática, con aportes tales como la teoría de las citaciones didácticas, la nación de contrato didáctico y la teoría de los obstáculos.

Palabras Claves:

educación matemática, matemática y realidad, situaciones didácticas, obstáculo didáctico, epistemología del aprendizaje.

Premisa

En los primeros días del mes de mayo de 2001 tuvimos ocasión de participar como relatores en el *III Simposio de Educación Matemática* en Chivilcoy (Argentina), dividido en tres sesiones. En la tarde de la inauguración, para la ceremonia de apertura estaba prevista una mesa redonda sobre el tema: *La matemática de la cotidianidad*, en la cual participaban, con la responsabilidad de una intervención breve a fin de dar espacio a la sucesiva discusión, Maria Salett Biembengut (Brasil) [presidenta honoraria del Simposio sobre Formulación y Resolución de problemas], Ubiratan D'Ambrosio (Brasil) [presidente honorario del Simposio sobre Etnomatemáticas], Bruno D'Amore

(Italia) [presidente honorario del Simposio sobre Didáctica de la Matemática] y Fredy E. González (Venezuela). Moderador de la mesa redonda: Jorge Sagula (Argentina) [presidente de la organización].

En estas situaciones, se sabe, los tiempos son brevísimos, sobretodo porque se tiene la intención de dar amplio espacio a la discusión. Puede suceder que una idea, considerada como "interesante" por parte de quien la expone, se presente de forma limitada a fin de poder comunicarla en los pocos minutos que se tienen a disposición. Sucede que, en esa tarde, los tres relatores suramericanos centraron la atención sobre las interpretaciones más obvias del tema, ilustradas con múltiples ejemplos de situaciones cotidianas, desde las más elementales a las más sofisticadas y complejas, en las cuales emerge la necesidad, la funcionalidad, la presencia de la matemática.

Fue cuando inesperadamente, y en cierto sentido sorprendente, la propuesta hecha por último de parte del único orador no suramericano, lograba atraer la atención de los presentes (investigadores universitarios, profesores de escuela de diferentes niveles, por tanto *todos* profesores), sobre la didáctica, con las dos siguientes banales consideraciones:

- para los estudiantes entre los 6 y los 18 años, el "cotidiano" es casi todo jugando en la escuela o hablando de escuela (en casa, con los amigos);
- mientras la matemática es por entero vivida en la escuela.

Si existe una matemática en una cotidianidad externa al mundo de la escuela (y todos sabemos obviamente que existe), esta concierne en un cierto sentido más a los profesores que no a los estudiantes. Si queremos ocuparnos de verdad de los estudiantes y de su aprendizaje, debemos admitir que, en la realidad de los hechos, el binomio "matemática-cotidiano" para los estudiantes se focaliza en la escuela. Sobre la base de estas afirmaciones viene fundamentada una breve presentación de 10 minutos, solo orales, no publicada, ni siquiera en las actas del Simposio.

Inmediatamente después, pero, en el ámbito del NRD de Bologna, decidimos desarrollar por escrito, con más calma y con más tiempo a nuestra disposición, algunas reflexiones que proponemos como base de discusión en una "mesa redonda" esta vez hipotética: la comunidad de profesores de matemáticas (investigadores o no).

Es esto lo que nos disponemos a hacer en estas páginas, poniendo toda nuestra atención sobre dos puntos que nos parecen extremamente relacionados con la problemática de las actuales investigaciones en Didáctica de la Matemática. Se trata de puntos que, sucesivamente, llamaremos 1.° y 2.° puntos.

Antes de tratarlos expresamente, debemos hacer aquí aún cinco consideraciones críticas a propósito de cuanto emerge en la literatura y en la praxis, cuando se habla de "matemática de la cotidianidad".

Consideración 1.

Muchos autores afirman que "la matemática es un conocimiento social y cultural" y es precisamente a partir de esta afirmación que algunos *deducen* que por *tanto* la matemática es parte de la cotidianidad

cultural y social. A nuestra forma de ver esta deducción es un poco forzada y vacía. En primer lugar, no se sabe interpretar bien qué cosa sea, en este caso, un conocimiento "social" ni un conocimiento "cultural". Reiteramos que, aún al día de hoy, esta afirmación no está definida (aunque sí, en línea de principio, compartida). Podría en efecto suceder que esta sociabilidad y esta culturabilidad estén dramáticamente fuera del mundo de la escuela o relegadas a niveles demasiado altos, fuera del alcance sea de los estudiantes sea de los profesores.

Consideración 2.

Hasta hace poco tiempo muchos afirmaban que la cotidianidad, como referimiento empírico y semántico, por ejemplo en la propuesta de problemas en la escuela, fuese fuente de motivación para el aprendizaje por parte de los estudiantes. La cosa poco a poco se ha ido desvaneciendo, ingenua como era. No se sabe bien, en este caso, qué cosa sea la cotidianidad para los alumnos y la misma realidad ha sido después denominada por algunos "realidad-realidad", para distinguirla de una realidad menos… concreta, pero a veces más cercana al verdadero mundo del estudiante. Es necesario reconocer que el mundo "real" del estudiante no tiene en cuenta solo sus "vivencias" concretas, sino también las vivencias en las cuales él está inmerso, a veces fantásticas (desde el punto de vista del adulto) pero aceptado como parte de *su* realidad. Parece un juego de palabras, mas no es así. La supuesta "motivación" (no confundir con "volición") es para muchos más compleja y no reducible a un problema de una no bien definida cotidianidad.

Consideración 3.

Existen ya, en el horizonte, responsables de la creación de currículos que piden "volver a la matemática de base" y algunas de sus motivaciones de fondo son, en un cierto sentido, compartidas. Ellos piden en los currículos una limitación de los argumentos más abstractos; por ejemplo, dicen, la lógica se aprende con la experiencia, inútil enseñarla. En un cierto sentido al interno de este movimiento, se inserta una línea que busca eliminar toda aquella matemática que no tiene aplicación o un referente directo con la realidad, con el cotidiano. Sería como decir, por ejemplo, que, así como en los periódicos no aparecen las fracciones, es inútil perder tiempo enseñándolas, en los periódicos aparece como máximo la expresión 50%, lo que hace inútil enseñar a escribir ½. Ahora, desde nuestro punto de vista, el aprendizaje de la matemática en la escuela debe tener en cuenta razonablemente las bases necesarias de la competencia cultural. Estas bases son aprendidas en la escuela y es en la escuela que se debe hacer cargo de ellas, responsabilizando a quien crea los currículos del hecho siguiente: decidir qué instrumentos de matemática constituyen de verdad una base significativa por los aprendizajes futuros y cuáles serán los que harán parte particularmente de la cotidianidad.

Consideración 4.

Los estudios de etnomatemáticas nos han ampliamente *demostrado* que existe una matemática del camionero, del médico, del ingeniero, del arquitecto, del campesino, del tendero, del deportista, de los artesanos, etc. Estos tipos de matemáticas no se aprenden en la escuela. Hacen parte de la cotidianidad, pero vienen adquiridas en la actividad repetida del cada día, gracias a las bases aprendidas en la escuela, o adquiridas con el adiestramiento, o por imitación, o simplemente implícitas, etc. Sería a nuestro parecer un error cultural la idea de sustituir la "matemática" con estas "matemáticas" locales. Estas pueden ser mostradas a los estudiantes a modo de ejemplo, si es verdad que despiertan la curiosidad y el interés; pero seguirán siendo aprendidas después, cuando sea necesario, en "su campo". El maratonista, durante una carrera de 42.195 metros, hace continuamente cálculos, proporciones, sobre distancia, velocidad (en realidad los maratonistas no usan la velocidad km/h sino la velocidad-1 en minutos/km); pero esta competencia no ha sido conquistada en los bancos de la escuela, al contra-

rio, literalmente, por la calle. Sería educativa y culturalmente un error, desde nuestro punto de vista, sustituir la base de la matemática curricular (bases, al fin de cuentas, por tanto, fundamentos para aprendizajes futuros más elevados) con una serie de aprendizajes locales, esto es sectoriales.

Consideración 5.

Una parte de la cotidianidad de los alumnos, particularmente de los jóvenes, es el lenguaje y su funcionamiento; y la lógica está en gran parte implícita en la gestión de este. No debemos olvidar que, junto con los aprendizajes de cada una de las materias (la matemática, por ejemplo), el estudiante está simultáneamente aprendiendo a usar sea el lenguaje específico de dicha materia, sea la lógica específica de esta, que se podría pensar como la pareja: argumentos específicos de dicha materia - lenguaje apropiado para expresar la argumentación específica.

En un aprendizaje conceptual, podemos tomar dos caminos interpretativos, aquel que podríamos identificar como el de la terna, a la Vergnaud, o aquel que podemos llamar el de la pareja, a la manera de Duval (D'Amore, 2001 a, b).

Vergnaud sugiere una definición de concepto que podemos ilustrar como sigue: un concepto es una terna del conjunto C = (S, I, S), donde:

S es el conjunto de las situaciones que dan sentido al concepto (el referente).

I es el conjunto de los invariantes sobre los cuales se basa la operatividad de los esquemas (el significado).

S es el conjunto de las formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar simbólicamente el concepto, sus procesos, las situaciones y los procesos de tratación (el significante).

Se trata por tanto de poner en evidencia en manera fuertemente significativa el lenguaje (entendidas en sentido vasto, pero con gran prelación de la lengua materna) con el cual nos expresamos.

En el camino trazado por Duval, en cambio, la noción de concepto, preliminar o de cualquier forma prioritaria en casi todos los autores, se presenta secundaria, mientras que lo que asume carácter prioritario es la pareja: *sistema de signos-objeto*. Ahora, el *signo* es típico y referible a un registro semiótico. Es bien notorio, de hecho, que la elección de las características representativas de un concepto está relacionada con el registro semiótico elegido (y viceversa); y que una vez elegida una *representación semiótica* de un concepto al interno de un particular registro semiótico, se vuelve fundamental en el estudio del aprendizaje conceptual (noética) la pareja de transformaciones: tratamiento y conversión. La primera es el pasaje de una representación a la otra, pero al interior del mismo registro semiótico; la segunda es el pasaje de una representación al interior de un registro a otra representación, pero en otro registro.

Ahora, pensemos en el caso en el cual uno de los registros semióticos es la lengua común mientras el otro es un registro semiótico específico de la matemática, mejor aún: de un cierto sector de la matemática; y pensemos en el esfuerzo metasemiótico que debe hacer el estudiante para centrarse en transformaciones de registros que, de una parte, *parecen* implicar la cotidianidad mientras, de otra parte, solo… las expectativas del profesor, depositario de la cultura y representante de la institución, árbitro y juez, de quien se espera la evaluación.

Hasta aquí, algunas consideraciones sobre el cotidiano, el que parecía tan simple y sin complicaciones, no se puede no llamar la atención sobre un discurso como este.

1.er punto: «Disculpe, profesor, ¿para qué cosa sirve....?».

Afirmamos que esta pregunta, hecha de parte de un alumno al propio maestro de matemáticas, sea una de las preguntas más legítimas y serias.

Algunos maestros se molestan con esta pregunta, parece casi que fuera lesiva a su gran dignidad de profetas de la cultura.

Pero examinamos este hecho desde un punto de vista "social": el estudiante está usando gran parte de su tiempo, de su empeño, de su propio interés por construir (o al menos aprender) contenidos matemáticos que le aparecen como ajenos a cualquier referimiento a la vida real. Por tanto ellos *deben* saber, es justo que sepan, si su empeño, su tiempo, su energía tienen o tendrán una razón en su futuro cotidiano, si le aportarán un beneficio por lo menos a distancia del tiempo…

La respuesta del profesor es en cambio falsa: es falsa la promesa que el aprendizaje matemático será útil en la cotidianidad de su vida futura (sabemos bien que la gran mayoría de los aprendizajes matemáticos escolares son funcionales solo al interior de la escuela) y por tanto el profesor recurre a aquella parte del contrato didáctico cuya cláusula se puede llamar: *confianza en el maestro*. El estudiante, en la escuela reconoce la función institucional del profesor y le reconoce la tarea de elegir sobre cuáles contenidos del currículo de matemáticas se debe concentrar. Pero la promesa que los logaritmos, el algoritmo de la raíz cuadrada, la solución de ecuaciones, fórmulas de prostaféresis,… le serán útiles en la cotidianidad de su vida es falsa, por lo menos en la gran mayoría de los casos.

Desde nuestro punto de vista, las elecciones internacionales sobre la preparación de los futuros docentes de matemáticas deberán siempre más exigir de examinar la explicación del porqué las elecciones del currículo de matemáticas sean un hecho solo endógeno, y para nada exógeno. Dicho en otras palabras, viene reconocido que la gran mayoría de los maestros de todo el mundo y de cualquier nivel:

- no saben responder a la pregunta del estudiante y se refugian detrás de hipótesis educativas vagas y no probadas (banalidades, estereotipos del género: «en matemáticas se ejercita el razonamiento, se aprende a razonar…» como si en geografía, en historia, en literatura, en educación física se aprendiese a ser incoherente y ¡no se necesitara de razones lógicas!)

- no tiene alternativas culturales, repite aquello que sufrió como estudiante y reproduce un mo-

delo didáctico-cultural banal, no estando preparado para alguna otra cosa diversa.

El problema de prepararse a ver, a reconocer la matemática en contextos variados debe por tanto ser parte de la preparación profesional de los profesores para ponerse en grado de poder responder a la pregunta que da el título a esta parte. Solo en esta condición se puede pensar en el problema siguiente, que es aquel de la integración en el currículo de matemática de hechos, casos, ejemplos de aplicación (¡verdadera!) de la matemática en la vida real.

El problema de prepararse a ver, a reconocer la matemática en contextos variados debe por tanto ser parte de la preparación profesional de los profesores para ponerse en grado de poder responder a la pregunta que da el título a esta parte. Sóolo en esta condición se puede pensar en el problema siguiente, que es aquel de la integración en el currículo de matemática de hechos, casos, ejemplos de aplicación (verdadera!) de la matemática en la vida real.

2.° punto: El fenómeno de la "escolarización de los saberes".

«Con el término "escolarización del saber" entiendo aquí referirme al hecho en gran medida inconsciente, mediante el cual el alumno, en cierto momento de su vida social y escolar (pero casi siempre en el curso de la escuela elemental) delega a la escuela (como institución) y al profesor (como representante de la institución) la tarea de *seleccionar para él los saberes significativos* (aquellos que lo son socialmente, por estatus reconocidos y legitimados de la noosfera), renunciando a hacerse cargo directamente de su elección sobre la base de cualquier criterio personal (gusto, interés, motivación,…). Dado que esta escolarización trae consigo el reconocimiento del profesor como depositario de los saberes que socialmente cuentan, es también obvio que se da, más o menos contemporáneamente, una escolarización de las relaciones interpersonales (entre alumno y profesor y entre estudiantes y compañeros) y de la relación entre alumno y saber: es esto lo que […] se llama "escolarización de las relaciones"» (D'Amore, 1999).

Veamos este fenómeno más en detalle.

Cada estudiante porta consigo al aula una "dote" cultural, las propias competencias matemáticas, adquiridas en la cotidianidad de su vida, en su hacer fuera de la escuela (en casa, en familia, por la calle, en los juegos, en las relaciones interpersonales, en los pequeños o grandes almacenes comerciales, en el cambio, en la compra y venta,…).

Pero no es dicho que estas competencias sean aceptadas por el profesor que es el perno de la *institucionalización*: es el maestro quien decide, desde el primer día de escuela, qué competencias son aceptadas en el aula, cuáles constituyen un patrimonio útil, cuáles son aquellas que llevan el peso de la valoración positiva.

Existe por tanto una lucha entre:

- *Competencia privada*, adquirida autónomamente por el estudiante;
- *Competencia escolar*, adquirida en el ambiente de la escuela;

esta lucha puede durar un largo tiempo y ser causa (no siempre explícita) de malestar, de conflicto, de

una sensación de inadaptación del estudiante a la escuela; o por el contrario, puede durar poco, si el estudiante acepta pronto la situación, renuncia al propio bagaje de competencias maduradas en el externo de la escuela y acepta el total dominio de las competencias escolares, de los modos de hacer, de los modos de decir, los cuales vienen propuestos (o impuestos).

No estamos hablando de estudiantes mediocres. Inclusive al "buen estudiante" le es propio aquello de entrar pronto en este "juego", acepta pronto la esquizofrenia de los saberes y aprende que existen dos tipos de competencias matemáticas: aquellas que desea la escuela y que le dan una valoración positiva y aquellas "verdaderas", aquellas "reales", que utiliza fuera de la escuela.

La problemática de la "matemática de la cotidianidad" consta también de esta reflexión, de esta denominación. Aceptarla es también parte del "oficio del estudiante".

La matemática de la cotidianidad y didáctica de la matemática

A propósito de las consideraciones desarrolladas en los puntos 1.° y 2.°, mucho se podría decir con respecto a:

- *Teoría de las situaciones didácticas* [los fenómenos de la devolución (de parte del profesor) y de la implicación en el proceso de construcción del saber (por parte del estudiante) están ligados a las situaciones a-didácticas y tiene una fuerte influencia sobre las cuestiones de imágenes de la matemática y también sobre el fenómeno de la escolarización].

- *Contrato didáctico* [la aceptación de normas (más o menos implícitas) es típico de la producción de contratos de cualquier naturaleza].

- *Teoría de los obstáculos* [los obstáculos didácticos, aquellos creados por los mismos profesores en un tentativo (ingenuo) de evitar dificultades cognitivas a los estudiantes, son propios de las situaciones didácticas], etc.

Aquello que nos interesa evidenciar aquí es que la vasta problemática de la "matemática de la cotidianidad" está profundamente inserta dentro de las investigaciones en didáctica de la matemática, modernamente entendida, y no se resuelve, banalmente, ¡con un elenco de pseudonecesidades concretas o peor aún con un elenco de "qué cosa sería bueno enseñar a los estudiantes"!

Hasta que nos habituemos todos, y definitivamente, a ver la didáctica de la matemática no como un problema de enseñanza, sino como epistemología del aprendizaje, cada discusión corre el riesgo de ser estéril.

Referencias

D'Amore B. (1999). Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull'apprendimento della matematica. L'insegnamento della Matematica e delle scienze integrate. 22A, 3, 247-276. Un amplio resumen de este artículo se encuentra en Resúmenes de la XIII Reunión de Matemática Educativa RELME 13, Santo Domingo, República Dominicana, 12-16 de Jjulio. El artículo por completo en español estaá en proceso de publicación en la revista Relime. México D.F. México

D'Amore B. (2001a). Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione "ingenua" in una teoria "realista" vs il modello "antropologico" in una teoria "pragmatica". La Matematica e la sua didattica. 1, 4-30. Este artículo estáa en proceso de publicación en español en la revista UNO, Barcelona, España.

D'Amore B. (2001b). Concettualizzazione, registri di rappresentazioni semiotiche e noetica. Interazioni costruttivistiche nell'apprendimento dei concetti matematici e ipotesi su alcuni fattori che inibiscono la devoluzione. La Matematica e la sua didattica. 2, 150-173. Este artículo estaá en proceso de publicación en español en la revista UNO, Barcelona, España.

Para los términos técnicos de la didáctica de la matemática aquí utilizados, se puede ver:

D'Amore B. (1999). Elementi di Didattica della Matematica. Bologna, Pitagora. Este libro estáa en proceso de publicación en español por el Grupo Editorial Iberoamérica, México D.F., México. **RM**

Datos de la edición original impresa

D´Amore, Bruno y Fandiño Pinilla, Martha Isabel. (2001, junio). Matemática de la cotidianidad. Paradigma, Vol. XXII, N.° 1, Jjunio de 2001 / 59 - 72

Las paredes de la caja son un terreno recorrido y explorado en el que ya nada nos toma por sorpresa.

¡PIENSA fuera DE LA CAJA!

THINK OUTSIDE THE BOX

X	O	O
O	O	X
X	X	O

co.unoi.com

David Dockterman

Profesor en el área de Educación de la Universdad de Harvard, donde pretende convertir la investigación en una práctica efectiva e innovadora. Ha guiado el desarrollo de programas de software. Ha sido asesor clave para el desarrollo de MATH 180 y READ 180 Universal. Es miembro de la Junta Editorial de la revista "Science of Learning".

Conectar las emociones para el aprendizaje de la matemática: El poder de una buena historia

Es probable que la celebridad más popular de YouTube en los últimos 5 años sea una joven brasileña llamada Melissa Lima. Me imagino que nunca han escuchado hablar de ella, pero, bajo una variedad de nombres, como *Disney Toy Collector o DC Toy Collector*, tiene más de 11 millones de suscriptores en su canal de YouTube enfocado solo en *unboxing*. Y ha ganado muchos millones de dólares de anunciantes. ¿Qué es el *unboxing*? ¿Qué tiene que ver con las historias? ¿Cómo se relaciona con la educación en matemáticas?

A pesar de estar escribiendo un documento de investigación, sentí la obligación de iniciarlo con una muestra de cómo se pueden utilizar los estudios sobre la narrativa para atraer y atrapar. Un poco de incertidumbre, un misterio y un toque de lo desconocido logran una gran motivación. Antes de diseccionar la investigación, quiero hablar un poco sobre Melissa, si ese es su nombre verdadero, y por qué es millonaria.

Quienes tengan hijos pequeños pueden haber visto videos de *unboxing* en YouTube. Puede que algunos adultos los disfruten también. Son bastante sencillos. Un par de manos abren un paquete mientras una voz se pregunta qué hay adentro. Eso es todo. Existen muchas variaciones, pero el patrón es el mismo: hay anticipación, algo desconocido se revela, y, ocasionalmente, nos sorprende. Los niños no se cansan de estos videos y los anunciantes adoran su atención y la de sus padres. En 2014,

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/conectar-las-emociones-para-el-aprendizaje-de-matematica-el-poder-de-una-buena-historia/

un reportero del *New York Times* se comunicó por correo electrónico con una mujer que dijo llamarse Melissa Lima y ser la *Disney Collector*. De ser verdad, Melissa es la voz anónima detrás de videos de *unboxing* que tienen decenas de millones de vistas y que presuntamente le representaron alrededor de 5 millones de dólares americanos solo ese año (Silcoff, 2014) 1.

Los elementos que hacen atractivo el *unboxing* nos proporcionan información de algunas características fundamentales de la motivación humana. Estas características también ayudan a explicar el poder motivador de la narrativa. En este trabajo, empezaré por desenvolver los procesos cognitivos básicos que convierten el drama de una buena historia en algo cautivador. Con base en investigaciones de diversos ámbitos, desde las neurociencias hasta el mercadeo, espero proporcionar una idea de cómo nuestro cerebro ansía la información y usa la narrativa para comprender el mundo. Luego, discutiré cómo podríamos intervenir en estos mecanismos neurológicos para acentuar el compromiso de los estudiantes en el aprendizaje de matemáticas en la escuela.

El ser humano como pesquisidor

La razón de ver un video de *unboxing* es descubrir qué hay dentro del paquete. Es decir, se revela algo, y hasta los niños más pequeños ansían información (Kidd y Hayden, 2015) 2. De hecho, la mayoría de los animales sienten el impulso de explorar su entorno en busca de comida, refugio y compañeros. La necesidad de información es esencial a la existencia. La mayor parte de los investigadores concuerdan en que es una parte innata de nuestra naturaleza (Lau, et. ál. 2018) 3. Sentimos el impulso de descubrir.

En un estudio sobre la búsqueda de información realizado con monos (Blanchard, Hayden, y Bromberg-Martin, 2015) 4, los investigadores llevaron a cabo un experimento en el que los animales tenían dos opciones. Cada una conducía a una posible recompensa, pero después de un tiempo de retraso. Uno de los botones era grande y llevaba a una posible recompensa mayor.

El otro botón era más pequeño y llevaba a una posible recompensa menor. Sin embargo, el botón pequeño daba retroalimentación inmediata en cuanto a si se iba a recibir la recompensa. Entonces, esto era lo que debían elegir: presionar el botón grande y posiblemente recibir un gran premio o presionar el botón pequeño y descubrir de inmediato si iban a recibir un pequeño premio.

¿Cuál de los botones era más probable que los monos presionaran? Elegían el botón pequeño. Valoraban la información más que el tamaño del premio (este experimento y otros que demuestran soluciones de compromiso relacionadas con la búsqueda de información por parte de animales se encuentran resumidos en Kidd y Hayden, 2016). Un estudio parecido con humanos y boletos de lotería demostró un patrón de comportamiento similar. Las personas estaban dispuestas a pagar extra

1 Silcoff, M. A. (2014). A mother's journey through the unnerving universe of 'unboxing' videos. The New York Times, 17 de agosto de 2014 y en línea en https://www.nytimes.com/2014/08/17/magazine/a-mothers-journey-through-the-unnerving-universe-of-unboxing-videos.html?_r=0

2 Kidd, C., y Hayden, B. Y. (2015). The psychology and neuroscience of curiosity. Neuron, 88(3), 449-460.

3 Lau, J. K. L., Ozono, H., Kuratomi, K., Komiya, A., y Murayama, K. (2018). Hunger for Knowledge: How the Irresistible Lure of Curiosity is Generated in the Brain. bioRxiv, 473975.

4 Blanchard, T. C., Hayden, B. Y., y Bromberg-Martin, E. S. (2015). Orbitofrontal cortex uses distinct codes for different choice attributes in decisions motivated by curiosity. Neuron, 85(3), 602-614.

para saber más rápido si habían ganado un premio de la lotería, aunque dicho pago extra no tenía influencia sobre el resultado (Bennett, et. at., 2016) 5.

Hay otro estudio del mundo de negocios y mercadeo que da cierto matiz a este comportamiento de búsqueda de información. Investigadores de la Universidad de Chicago se preguntaron si la incertidumbre motivaba el comportamiento del consumidor y el empleado (Shen, Fishbach, y Hsee, 2014). Investigaciones anteriores sugerían que las personas están en contra de perder (odian perder lo que ya tienen) y prefieren recompensas conocidas (Kahneman y Tversky, 1979) 6.

Sin embargo, esas investigaciones se enfocaban únicamente en situaciones centradas en la recompensa. El enfoque estaba sobre el resultado, que en un entorno escolar podría ser obtener una buena nota. Este tipo de recompensa se puede considerar de alto riesgo; no alcanzarla puede tener consecuencias significativas. Pero ¿qué pasa si el resultado no fuera tan importante? Para averiguarlo, los investigadores invitaron a los participantes a completar una tarea que involucraba beber cierta cantidad de agua en un tiempo limitado. La tarea era desafiante pero realizable a través de un esfuerzo sostenido. A la mitad de los sujetos se les ofrecieron $2 por completar la tarea. La otra mitad tenía una probabilidad del 50%, determinada por el lanzamiento de una moneda, de recibir $1 o $2 por beber la cantidad prevista de agua. Dos dólares con seguridad o una probabilidad de 50% de recibir dos dólares. ¿Cuál de los dos grupos cree usted que tenía mayor probabilidad de completar la tarea? El grupo de la moneda mostró más motivación y esfuerzo para beber el agua, aunque tenían la misma probabilidad de recibir $1 por su esfuerzo. La emoción de resolver la incertidumbre tuvo más peso que el pequeño beneficio relativo de $2 contra $1. En estudios de seguimiento, los investigadores recolectaron evidencia que sugería que cuando el enfoque de la gente estaba sobre el resultado, la incertidumbre no representaba la misma motivación para su desempeño.

Desde niños que ven manos sin cuerpo abrir paquetes de juguetes hasta monos que eligen botones de recompensa y adultos que toman pequeñas decisiones financieras, el deseo de obtener información y de resolver la incertidumbre parecen ser fuentes importantes de motivación. No obstante, lo que despierta la curiosidad y el deseo de buscar información varía según el individuo y el contexto. Piense en una zona de desarrollo próximo de la curiosidad. Si la información en el entorno ya es conocida por un individuo, no hay misterio, no hay incertidumbre. Si el contexto es demasiado desconocido, puede que el individuo no tenga un marco de referencia para anticipar el resultado. Un niño puede estar fascinado pensando qué juguete habrá en la caja, pero ese mismo niño no tendría curiosidad acerca de un intercambio monetario. Las experiencias y el conocimiento acumulado de cada persona influyen sobre su compromiso con la búsqueda de información. Por naturaleza, todos nos sentimos atraídos por descubrir, pero no todos queremos descubrir las mismas cosas.

La búsqueda de información y la narrativa

A pesar de lo anterior, parece que todas las personas pueden sentir fascinación por una buena historia. Jerome Bruner, entre otros, ha argumentado que la narrativa es un medio clave para entender el mundo (Bruner, 1986; Gottschall, 2013) 7. El tradicional arco de la historia inicia con una introducción o exposición que presenta a los personajes y el contexto. Luego, hay una acción ascendente a medida que aparecen los conflictos y obstáculos. Esto nos lleva a preguntarnos qué pasará. Finalmente, el clímax brinda la resolución y satisface nuestro deseo de saber. Esta estructura temporal expone las reglas del juego, los motivos, y las causas y consecuencias de las acciones. Nos explica cómo funciona el mundo y nos atrapa con la incertidumbre de qué pasará después.

La narrativa y la búsqueda de información tienen un papel especial en las maneras en que nuestro cerebro aprende y se relaciona con el mundo. Las historias, por ejemplo, nos ayudan a recordar. Antes de que la gente pudiera leer y escribir, necesitaban otras herramientas que los ayudaran a recordar y transmitir las reglas sociales, las jerarquías y los rituales culturales. Las historias, los mitos y los poemas, desde la Odisea de Homero hasta la Biblia y el Popol Vuh, satisficieron esa necesidad (Foer, 2012) 8. Los miembros de un grupo se reunían a escuchar historias con ritmos y estructuras narrativas que las hacían fáciles de recordar. El sentido de pertenencia al grupo agregaba un elemento que afianzaba los recuerdos.

En efecto, nuestros cerebros pueden ser máquinas de predecir historias. Históricamente, los investigadores pensaban en

el cerebro en términos de estímulos y respuestas (Hull, 1943) [9]. Tal vez usted recuerde haber leído sobre los perros de Pavlov en un curso de introducción a la psicología. Pavlov hacía sonar una campana e inmediatamente daba comida a los perros. Después de un tiempo, los perros empezaban a salivar justo cuando la campana sonaba. El estímulo (la campana) conducía a la respuesta (la salivación). Se creía que el cerebro se encontraba inactivo esperando a que sucediera algo para reaccionar.

Sin embargo, investigaciones recientes sugieren que el cerebro tiene más visión a futuro. En palabras de algunos investigadores, el cerebro es un «generador de inferencias» (Feldman Barrett y Simmons, 2015). En lugar de esperar un estímulo, nuestro cerebro se encuentra activo realizando simulaciones de lo que está a punto de suceder. Generamos historias basadas en nuestras experiencias anteriores. Cuando el mundo coincide con la historia que predijimos, apenas lo notamos. Cuando es diferente, reaccionamos. Es momento de aprender.

Al igual que con la búsqueda de información, la experiencia dicta lo que nos sorprende y lo que nos interesa. Los niños pequeños, quienes aún están formulando sus modelos predictivos del mundo, adoran la repetición. Quieren escuchar la misma historia muchas veces (padres, recuerden esos días). Ellos están generando confianza en su habilidad para hacer predicciones correctas y sentir seguridad en lo conocido. Los niños mayores, adolescente y adultos, también pueden disfrutar las historias predecibles, como las que son parte de una serie. En estas, la búsqueda de información es sutil. Para los niños pequeños, se trata de preguntarse si lo que sucedió la última vez volverá a suceder. Por otro lado, una persona mayor que sigue una serie puede disfrutar la incertidumbre de cómo el personaje principal superará este nuevo obstáculo (Kendeou, et. ál., 2008 provee un repaso de cómo los niños generan inferencias a partir de historias en diferentes medios).

Los buenos narradores saben cómo aprovechar estos rasgos cognitivos. Ellos captan nuestra atención inyectándole incertidumbre a lo conocido. Nos invitan a mundos donde nuestro cerebro opera en una zona proximal de búsqueda de información. Sabemos lo suficiente para intentar adivinar qué pasará, cómo pasará o cómo pueda sentirse una persona, pero no estamos seguros. Se trata de descubrir.

Las narrativas más poderosas también nos afectan emocionalmente. No solo nos importan nuestras predicciones, sino también los personajes. Las historias nos llevan más allá de la simple búsqueda de información: conectan y desarrollan nuestra empatía y nuestra habilidad de ver el mundo a través de los ojos de alguien más. Los investigadores llaman a esta habilidad la teoría de la mente (para un repaso relativamente reciente, ver Schaafsma, et. ál., 2015) [10].

Para que el generador de inferencias en nuestro cerebro sea eficiente, debe ser bueno para interpretar los motivos de otros. Necesitamos una fuerte teoría de la mente para evaluar el estado emocional de otra persona y predecir lo que él o ella harán en una situación determinada. Debemos tener la capacidad de ponernos en sus zapatos y en sus mentes. Al momen-

[5] Bennett, D., Bode, S., Brydevall, M., Warren, H. y Murawski, C. Intrinsic valuation of information in decision making under uncertainty. PLOS Comput. Biol. 12, e1005020 (2016).

[6] Kahneman, Daniel, y Amos Tversky (1979), "Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk,", Econometrica, 47 (2), 263–92.

[7] Bruner, J. (1986). Actual Minds, Possible Worlds. Cambridge, MA: Harvard University Press.

[8] Foer, J. (2012). Moonwalking with Einstein: The art and science of remembering everything. Penguin.

[9] Hull, C. L. (1943). Principles of behavior: An introduction to behavior theory.

[10] Schaafsma, S. M., Pfaff, D. W., Spunt, R. P., y Adolphs, R. (2015). Deconstructing and reconstructing theory of mind. Trends in cognitive sciences, 19(2), 65-72.

to de entrar a la escuela, los niños ya deberían estar desarrollando su teoría de la mente. Involucrarse en historias puede acelerar y expandir este desarrollo (Hofmann, et. ál, 2016 examina mecanismos para entrenar la teoría de la mente). Y cuando la gente crea una conexión emocional con los personajes, esto puede influenciar su propio comportamiento (Barraza, et. ál, 2015, por ejemplo). [11].

Los publicistas han buscado explotar el poder de la narrativa emocional desde hace mucho tiempo para empujarnos a comprar nuevos productos, apoyar una causa o votar de determinada forma. Un poco de drama activa nuestra pulsión de búsqueda de información, ya sea por algo tan trivial como una vergonzosa mancha en una camisa o tan profundo como un niño que perdió a sus padres en un accidente causado por conducción bajo los efectos del alcohol.

Queremos saber qué pasa. La historia nos ayuda a identificarnos con los personajes, para que llegue a importarnos también lo que les pasa. Esta mezcla entre el drama y los personajes provoca un cambio químico en nuestro cerebro. Los neurocientíficos lo han observado en la activación de áreas asociadas con la teoría de la mente y con la empatía durante la exposición a este tipo de narrativas. Dicha activación no se ve en narrativas que carecen de este arco dramático (Imhof, et. aál., 2017) [12]. Cuando la activación está presente, puede haber un cambio en el comportamiento. En un estudio, la conexión emocional por una historia sobre el cáncer llevó a los participantes a donar dinero a desconocidos o a una caridad relacionada (Barraza, et. aál., 2015) [11].

En ese caso, los participantes se volvieron más compasivos y colaboradores. Una historia emotiva acerca de la venganza o la codicia puede provocar una reducción en la conducta prosocial. Del mismo modo, las historias emotivas de los mercadólogos están diseñadas para hacernos comprar.

Las historias tienen poder. Todo está en cómo las usemos.

Breve repaso

Antes de entrar a discutir cómo toda esta interesante información sobre las pulsiones humanas básicas, la dependencia del cerebro en la narrativa

[11] J. A. Barraza, V. Alexander, L. E. Beavin, E. T. Terris, E. T., and P. J. Zak, "The Heart of the Story: Peripheral Physiology During Narrative Exposure Predicts Charitable Giving,", Biological Psychology (2015).

[12] Martin A. Imhof, Ralf Schmälzle, Britta Renner, Harald T. Schupp; How real-life health messages engage our brains: Shared processing of effective anti-alcohol videos, Social Cognitive and Affective Neuroscience, 12(7), 1 de julio de 2017, 1188-–1196

[13] Cowan, N. (2016). Working Memory Capacity: Classic Edition. Routledge.,

y el poder de las historias emotivas pueden usarse para una educación en matemáticas más atractiva, repasemos las ideas principales.

- Tenemos un deseo innato de información y de resolver la incertidumbre.
- La información que decidimos buscar está influenciada por nuestro conocimiento y el contexto. Nos sentimos menos atraídos por la incertidumbre cuando el énfasis está en el resultado, cuando las consecuencias son de alto riesgo.
- El arco dramático de la narrativa aumenta nuestro deseo de buscar información. Queremos saber qué pasa.
- Las historias narrativas son parte de cómo entendemos el mundo. Nuestro cerebro se mantiene realizando simulaciones del mundo para predecir qué pasará.
- Estas simulaciones se basan en experiencias pasadas. Anticipamos según lo que conocemos.
- Cuando la realidad concuerda con nuestra simulación, no ponemos atención a lo que está pasando. Sin embargo, cuando algo imprevisto ocurre, reaccionamos, y se eleva nuestra disposición a aprender. Tenemos algo por descubrir.
- Inyectarle emoción a la narrativa (proveer personajes que nos importen) activa la teoría de la mente y la empatía que pueden influenciar el comportamiento.

En esta lista hace falta un supuesto crítico: la atención y el involucramiento son buenos para el aprendizaje. El mundo es un lugar rico y complejo. Muchos estímulos compiten por la atención de los estudiantes. La voz del maestro y lo escrito en el tablero pueden ser dignos de atención, pero también hay una suave lluvia golpeando las ventanas del salón de clase. Además, un estudiante cercano está dando un vistazo a sus mensajes de texto. Y la silla del escritorio es un poco incómoda. Estos son algunos de los estímulos inmediatos. El estudiante también puede estar pensando en eventos pasados, como en una riña de esa mañana con su pareja o hermano, o puede estar soñando con el futuro, con algo especial para comer en el almuerzo o una junta con los amigos después de la escuela.

La memoria de trabajo, nuestra habilidad de balancear varios elementos de información en la mente es limitada (Cowan, 2016). Muchas cosas amenazan con sobrecargarla. Conseguir que los estudiantes pongan atención a las instrucciones de la actividad del momento es crítico para lograr un

aprendizaje exitoso. Y si logramos que a los estudiantes les importe el aprendizaje de la tarea y que inviertan esfuerzo en ella, mucho mejor. Las historias pueden ayudar.

Incertidumbre de bajo riesgo

Cuando muchos de nosotros pensamos en una lección de matemáticas, nos imaginamos algo relacionado con encontrar respuestas específicas. Sin embargo, $8 + 3 = ?$ no es un problema con un nivel de incertidumbre atractivo para despertar nuestro deseo de información. Un video de *unboxing* nos invita a realizar una mezcla de simulaciones sobre qué puede ser el premio que se encuentra adentro. ¿Será una calcomanía? ¿Un pito? ¿Un perrito de plástico? Es un juego de predicción de bajo riesgo. Ya sea que estemos en lo correcto o no, nuestro cerebro nos recompensa por descubrirlo (Kidd y Hayden, 2015) 2. La solución de problemas matemáticos como $8 + 3$ es de alto riesgo. ¿Podría ser 10 o 12? Lo correcto está bien. Lo incorrecto está mal. A pesar de que las respuestas exactas son resultados importantes en la aritmética, este tipo de problemas no captan nuestro impulso motivador de búsqueda de información.

La incertidumbre de bajo riesgo, por otro lado, puede introducirse fácilmente en las lecciones de matemáticas. En lugar de enfatizar el resultado, por ejemplo, puede centrar la atención en el proceso. *¿Cuántas formas distintas podemos encontrar*

para resolver 8 + 3? ¿Dos? ¿Tres? ¿Cinco? Se puede contar 8 + 1 + 1 + 1. O podemos simplemente recordar una suma memorizada. Otra opción es descomponer el 3 en 2 + 1 y usar la estrategia de hacer 10: (8 + 2) + 1. En este caso, la acción de averiguar es satisfactoria por sí misma. No es realmente importante si los alumnos encuentran cuatro formas de resolver el problema o diez.

La incertidumbre también se puede introducir de manera productiva en la definición de un problema. Hay varios ejemplos que presentan intentos por captar las redes de búsqueda de información de los estudiantes de esta manera. Un método es presentar una situación sin una pregunta. *Sofía tiene 50% más seguidores* en redes sociales que Héctor. Héctor tiene 112 seguidores. Con esto se puede retar a los estudiantes con, *¿cuántos problemas matemáticos creen que podemos crear usando esta información?* o, *¿qué creen que el libro de texto les pedirá resolver con esta información?* Ambas preguntas activan el pensamiento matemático y la curiosidad por la búsqueda de información.

Otra estrategia es revelar gradualmente detalles del problema. Muestre una gráfica sin títulos ni números. *¿Qué creen que muestra la gráfica?* Después de revelar los números, haga que los estudiantes revisen sus predicciones. Luego de mostrar los títulos, rete a los estudiantes a predecir el problema que se les pedirá que resuelvan. Recuerde mantener las indicaciones dentro del rango existente de modelos mentales de los estudiantes. Tienen que saber lo suficiente sobre la situación y las matemáticas para poder activar sus generadores de inferencias, sus simulaciones predictivas del futuro. Y no se vuelva tedioso. Los estudiantes tienen muchos otros estímulos que llaman su atención (para un modelo de introducir narrativa atractiva e incertidumbre en instrucciones matemáticas, vea Meyer, D, 2011) [14].

Involucramiento emocional

De la misma forma en que los personajes de una historia agregan un elemento emocional a la búsqueda de información, implicar a los estudiantes en las actividades matemáticas puede afianzar su involucramiento. Juan resolvió el problema memorizando la suma. María lo hizo de otra manera. *¿De qué manera creen que lo hizo? Carlos utilizó un método distinto. Él lo explicará. ¿Creen que llevará a la respuesta correcta?* Los compañeros de clase de un niño son como los personajes de una historia. Se puede identificar con ellos y le puede importar lo que les suceda. Realizar simulaciones con personas que conocen activa la parte del cerebro de la teoría de la mente y la empatía de los estudiantes.Y si un estudiante inventa una estrategia inesperada, la sorpresa amplifica la atención aún más.

La vida en una clase de matemáticas está llena de posible narrativa de drama. Probablemente, los estudiantes ya se están ocupando de los dramas no-matemáticos que llevan consigo de fuera del salón de clases. Ellos, como todos los seres humanos, son seres sociales. Muchas veces se encuentran en modo de búsqueda de información sobre relaciones con sus pares (Baumeister, Maranges, y Vohs, 2018) [15]. Ese deseo de saber quién es amigo de quién y lo que un compañero dijo de otro es probablemente parte de lo que hace el chisme tan irresistible. Recuerden, nuestra capacidad de atención es limitada, y las narrativas sociales captan la atención. Incluso un problema como 8 + 3 = ? puede conectar con el centro emocional de un estudiante cuando su atención no se enfoca en la respuesta en sí, sino en si un compañero da la respuesta correcta. Cuando un maestro señala a un estudiante con una pregunta de alto riesgo, el resto de la clase entra en modo de búsqueda de información sobre las consecuencias sociales de verse listo o tonto. La atención no está enfocada en las matemáticas, sino en el estado emocional de otro estudiante. Estamos diseñados para enfocarnos en ese tipo de narrativas interpersonales.

No podemos dejar los dramas personales e interpersonales de los estudiantes fuera del salón de clase, pero podemos ser considerados en cuanto a cómo fomentamos el involucramiento emocional para las matemáticas en la clase. Como ya sugerí, incluir preguntas matemáticas de bajo riesgo que activen la búsqueda de información puede ayudar. El drama de descubrir cómo otro estudiante resolvió un problema o adivinó qué títulos iban en una gráfica en blanco puede agregar un elemento personal a la búsqueda de información que puede elevar el interés y la atención. Sin embargo, el riesgo debe permanecer bajo. El descubrimiento debe estar enfocado en la matemática, no en el estatus social del estudiante.

El involucramiento emocional no tiene que construirse únicamente alrededor de estudiantes reales de la clase. Las historias ficticias funcionan también. Por supuesto, la ficción es común en las clases de matemáticas, sobre todo en los problemas escritos. Se pueden usar estos problemas para ubicar relaciones matemáticas en contextos conocidos. *Paulo tenía 3 borradores. Su amigo le dio algunos y ahora él tiene 11 borradores. ¿Cuántos borradores le dio su amigo a Paulo?* Este problema representa una situación de cambio, específicamente una situación de valor faltante. *Fran recibió varios videojuegos para su cumpleaños. Ahora tiene 13 videojuegos. Antes de su cumpleaños, solo tenía 6 videojuegos. ¿Cuántos videojuegos recibió Fran para su cumpleaños?* Aunque la información se presenta en un orden diferente y con un contenido distinto, este segundo problema es matemáticamente igual al primero: a + ? = b. Estos problemas, sin embargo, no tienen arco dramático.

No hay exposición que conecte a los estudiantes con Paulo o con Fran. No hay razón para que les importen o para que se pregunten (o predigan) qué pasará con ellos. Los problemas escritos tienden a carecer del drama que desencadena la búsqueda de información emocionalmente cargada. A los estudiantes no les importa. No hay involucramiento emocional.

Las narrativas genuinas, con buen desarrollo de personajes, acción ascendente con obstáculos significativos y consecuencias reveladas relacionadas con resolver esos bloqueos, prometen activar la motivación cargada de emoción de la búsqueda de información entre los estudiantes… incluso en una clase de matemáticas. Las buenas historias envuelven. Créele a Fran del problema anterior una historia. Tal vez ella vive en otro planeta. Se siente rara y lucha para pertenecer con sus pares. Se pregunta si tener un videojuego popular la hará popular a ella. ¿Elegirá el juego correcto? ¿Puede pagarlo?

14 Meyer, D. (2011). The Three Acts of a Mathematical Story. http://blog.mrmeyer.com/2011/the-three-acts-of-a-mathematical-story/

15 Baumeister, R. F., Maranges, H. M., y Vohs, K. D. (2018). Human self as information agent: Functioning in a social environment based on shared meanings. Review of General Psychology, 22(1), 36-47.

¿El juego le traerá amigos? ¿Serán amistades genuinas? ¿Cómo crea vínculos con los otros niños? Aunque la historia de Fran se lleve a cabo en otro planeta, su situación y preocupaciones son muy familiares. Navegar por la historia es una aventura episódica, sazonada con situaciones matemáticas periféricas incorporadas, que desentraña los motivos de las personas y el deseo de aceptación social.

Si los estudiantes conectan emocionalmente con Fran, se sentirán impulsados a descubrir qué pasará con ella. Quieren escuchar, leer o ver el próximo capítulo o episodio. Quieren escuchar, leer o ver el próximo capítulo o episodio. No puedo prometer que podamos convertir a los niños en el equivalente matemático de quienes ven maratones de series, pero las investigaciones sugieren que, si se hace bien, podemos expandir el uso de la narrativa para ampliar el involucramiento mucho más allá de lo que es común en una clase de matemáticas hoy.

El juego y la búsqueda de información

El uso de la narrativa para ampliar el involucramiento ha sido un pilar del mundo de los juegos por mucho tiempo (Smith, Tosca, y Egenfeldt-Nielson, 2015) 15. Desde libros de baja tecnología como los de elige-tu-propia-aventura hasta misiones en mundos virtuales inmersivos, los jugadores toman decisiones, resuelven misterios o superan otros retos para avanzar por una narrativa. En lugar de cambiar de página para descubrir cómo el autor ha dirigido los siguientes pasos de los personajes ficticios, el jugador interactúa con la historia de muchas maneras para determinar o continuar la acción. La narrativa continuada pretende mantener el interés del jugador, mientras las tareas desafiantes ayudan a estimular su autoeficacia. Se siente bien resolver un desafío y descubrir qué pasa luego en la historia. Una integración bien diseñada de tareas matemáticas relacionadas con la narrativa podría añadir otra dimensión al involucramiento emocional que describí arriba.

En efecto, muchos juegos de apuestas conectan con la búsqueda de información y otras pulsiones básicas del ser humano (como el deseo de autoeficacia, la importancia o estatus de la pertenencia y un sentido de autonomía (para un resumen reciente, ver Koivisto and Hamari, 2019) 16, sobre los que no elaboraré aquí) para impulsar las apuestas. Antes describí el *unboxing* como un juego de predicción de bajo riesgo. Su cerebro hace una apuesta mental acerca de lo que se revelará con base en experiencias anteriores de *unboxing*. Si la predicción es correcta, usted se siente bien. Si la predicción es incorrecta, se siente decepcionado, pero aún así se siente un poco bien. ¿Por qué? Recuerde, cuando el riesgo es bajo, con solo resolver la incertidumbre (el acto de buscar información) se satisface una pulsión básica del ser humano. Las máquinas tragamonedas funcionan de una manera similar. Normalmente tienen un bajo costo por jugada. Un solo resultado negativo no conlleva una consecuencia de alto riesgo.

Estas máquinas están diseñadas para permitir suficientes pequeñas ganancias ocasionales como para desarrollar la confianza por parte del jugador de que ganar es posible y al mismo tiempo mantener la incertidumbre acerca de si la próxima vez que tire de la palanca o presione el botón será la ganadora (James, O'Malley, y Tunney, 2016) 17. El modelo de predicción en el cerebro del jugador es perder poco frecuentemente, ganar poco ocasionalmente, y alguna que otra vez, ganar mucho. Las pequeñas ganancias son pequeñas sorpresas inesperadas. Las pequeñas pérdidas son decepciones esperadas que resuelven la incertidumbre. La gran ganancia, si pasa, es una gran sorpresa inesperada que realmente emociona al cerebro (Schultz, 2016) 18.

Quiero hacer énfasis en la naturaleza contextual de lo que cuenta como bajo o alto riesgo antes de seguir adelante. Las investigaciones acerca de la incertidumbre que resumí anteriormente demuestran que para generar mayor involucramiento, el resultado de una situación incierta debe ser de bajo riesgo para la persona que busca resolver la incertidumbre. La manera en que se perciban los resultados positivos o negativos es importante (Mandel y Nowlis, 2008) 19. Por ejemplo, imagine que hace una predicción pública sobre el resultado de un partido de fútbol. Puede que también haga una pequeña e inconsecuente apuesta del resultado, pero incluso sin la apuesta, su reputación está en riesgo.

Si le preocupa cómo será percibido por la gente si se equivoca, su involucramiento en el partido puede disminuir. Si no cree que su reputación va a sufrir por elegir el equipo equivocado, su involucramiento puede aumentar. Que una apuesta de predicción amplifique la incertidumbre y el involucramiento

15 Smith, J. H., Tosca, S. P., y Egenfeldt-Nielsen, S. (2015). Narrative. In Understanding Video Games (pp. 207-246). Routledge.

16 Koivisto, J., y Hamari, J. (2019). The rise of motivational information systems: A review of gamification research. International Journal of Information Management, 45, 191-210.

17 James, R. J., O'Malley, C., y Tunney, R. J. (2016). Why are some games more addictive than others: The effects of timing and payoff on perseverance in a slot machine game. Frontiers in psychology, 7, 46.

18 Schultz, W. (2016). Dopamine reward prediction-error signalling: a two-component response. Nature Reviews Neuroscience, 17(3), 183.

19 Naomi Mandel y Stephen M. Nowlis. The Effect of Making a Prediction about the Outcome of a Consumption Experience on the Enjoyment of That Experience. Journal of Consumer Research, 35(1) (Jjunio 2008), pp. 9-20.

20 Lin, C. H., Hung, H. H., Li, Y. H. (2012). How confidence and uncertainty affect consumers' enjoyment of gambling. Social Behavior and Personality: an international journal, 40(3), 425-432.

21 Foley, A. E., Herts, J. B., Borgonovi, F., Guerriero, S., Levine, S. C., y Beilock, S. L. (2017). The math anxiety-performance link: A global phenomenon. Current Directions in Psychological Science, 26(1), 52-58.

en la búsqueda de información depende de varios factores, que incluyen la tolerancia al riesgo en ese contexto de quien apuesta y la confianza que tenga de acertar (Lin, Hung, y Li, 2012) [20].

Estas sutilezas son importantes a la hora de considerar cómo se puede traducir este comportamiento de juego basado en incertidumbres al aprendizaje de matemáticas. Antes describí la clase de indicaciones que pueden producir incertidumbre interesante de bajo riesgo en una clase de matemáticas. Una versión gamificada de esas indicaciones incluiría reglas y puntos, o alguna otra clase de recompensa medible. «Tienes 10 minutos para encontrar cuantas formas puedas para resolver 8 + 3. Recibirás un punto por cada estrategia y 10 puntos extra si encuentras 5 estrategias diferentes». Los totales de puntos obtenidos en el pasado se pueden volver elementos predictivos para retos futuros. «¿Podrás mejorar tu récord anterior de 4 puntos esta vez?» Dar retroalimentación inmediata es vital. Nuestro deseo de buscar información es impaciente. Queremos saber ahora. Satisfacer ese deseo rápidamente puede estimular el involucramiento sostenido, justo como lo hace en los juegos comerciales.

Los riesgos deben mantenerse bajos y la confianza alta, pero esos sentimientos no serán iguales para todos los estudiantes. Algunos niños con historial de alto rendimiento pueden preocuparse por que una nota baja en el juego ponga en riesgo su imagen de ser estudiantes buenos para las mates. No quieren verse tontos. Puede que los estudiantes con historial de bajo rendimiento no sientan la confianza suficiente para participar. Pueden creer que "ganar" es imposible. Los buenos juegos brindan múltiples niveles, y proveen maneras para que los jugadores encuentren retos que no sean demasiado fáciles («Sé que lo puedo hacer» = no hay incertidumbre) y que no sean demasiado difíciles («Sé que no lo puedo hacer» = no hay incertidumbre). Las misiones en los juegos de matemáticas también deben estar en ese rango intermedio perfecto: «Creo que es posible que pueda hacerlo». El contexto debe ser seguro, lo que me lleva a un último posible uso de la narrativa en la educación matemática.

Normas para el aprendizaje constante

Recuerde las investigaciones que sugieren que nuestros cerebros son generadores de inferencias.

Se mantienen realizando simulaciones de lo que pasará con base en experiencias anteriores. Piense en el estudiante que ha tenido un historial de fracaso e incluso humillación en la clase de matemáticas. ¿Qué cree que su cerebro predecirá cuando se le haga una pregunta o tome una evaluación? Puede que el estudiante esté pensando, «Me voy a equivocar. Voy a parecer tonto. Soy tonto. ¿Qué puedo hacer para evitar esta situación?» La ansiedad devora los recursos de atención y deja al estudiante con menos recursos cognitivos que aplicar a la tarea (Foley, et. ál, 2017) [21]. El miedo a equivocarse aumenta la probabilidad de que suceda. Una respuesta incorrecta confirma la predicción, y esto afianza la creencia de ser incompetente en matemáticas.

Las normas culturales, especialmente en países occidentales, refuerzan la idea de que algunas personas son buenas para matemáticas y otras no (Foley, et. ál., 2017) [21]. Si el padre de un niño dice, «no se me da la mate», esto puede convertir la competencia en matemáticas en un rasgo genético. Que le vaya mal quiere decir que el estudiante no tiene predisposición para las matemáticas. Que le vaya

bien significa que la persona tiene un talento natural para las matemáticas y no tiene que esforzarse para tener éxito. Ambos conceptos son erróneos y socavan el esfuerzo (Hwang, Reyes, y Eccles, 2019) [22]. Al estudiante que le va mal se desconecta. El estudiante con talento natural evita los retos, porque las matemáticas deberían ser fáciles. Estos ciclos psicológicos infructuosos deben romperse para que los estudiantes se involucren de manera positiva en el aprendizaje de las matemáticas.

Las historias correctas pueden ayudar a promover un modelo predictivo distinto para el estudiante. Mencioné investigaciones que respaldan lo que los publicistas han sospechado desde hace mucho: las historias emotivas influencian el comportamiento. ¿Qué pasaría si algunas de las narrativas que se utilizan para involucrar a los estudiantes en el aprendizaje de matemáticas también modelaran comportamientos para recuperarse de errores? Leer historias de perseverancia ante obstáculos puede normalizar los errores y fracasos; convertirlos en características típicas del proceso de aprendizaje (Lin-Siegler, et. ál., 2016) [22]. Si incluso los personajes inteligentes de la historia cometen errores y aun así triunfan, tal vez equivocarse no es ser tonto.

La empatía (teoría de la mente) nos permite ver y sentir el mundo como si fuéramos alguien más. Los personajes atractivos en las historias logran esa conexión, y podemos aprovecharla para alimentar los mecanismos de generación de inferencias en las mentes de los estudiantes con simulaciones diferentes que estimulan la perseverancia y resiliencia en el aprendizaje.

Sin embargo, estas historias tienen que salir del salón de clase y llegar hasta la casa y la cultura en

[22] Hwang, N., Reyes, M., y Eccles, J. S. (2019). Who Holds a Fixed Mindset and Whom Does It Harm in Mathematics? . Youth & Society, 51(2), 247-267.

[23] Lin-Siegler, X., Ahn, J. N., Chen, J., Fang, F. F. A., y Luna-Lucero, M. (2016). Even Einstein struggled: Effects of learning about great scientists' struggles on high school students' motivation to learn science. Journal of Educational Psychology, 108(3), 314.

general. Muchos padres también necesitan nuevas narrativas para la enseñanza de matemáticas. Todas las aplicaciones de la historia y la incertidumbre que he descrito pueden jugar papeles fuera de la escuela. Imagine tareas de incertidumbre de bajo riesgo que pueden hacer los padres con sus hijos. *¿Cuántos números primos crees que veremos en el camino a la tienda?* Conviértalo en un juego. *Veamos si podemos mejorar nuestro récord.* Y conecte con la emoción. Dé a los niños historias que puedan compartir con sus padres, incluyendo sus propias historias de perseverancia y crecimiento. Que sea personal y que tenga impacto.

Resumen

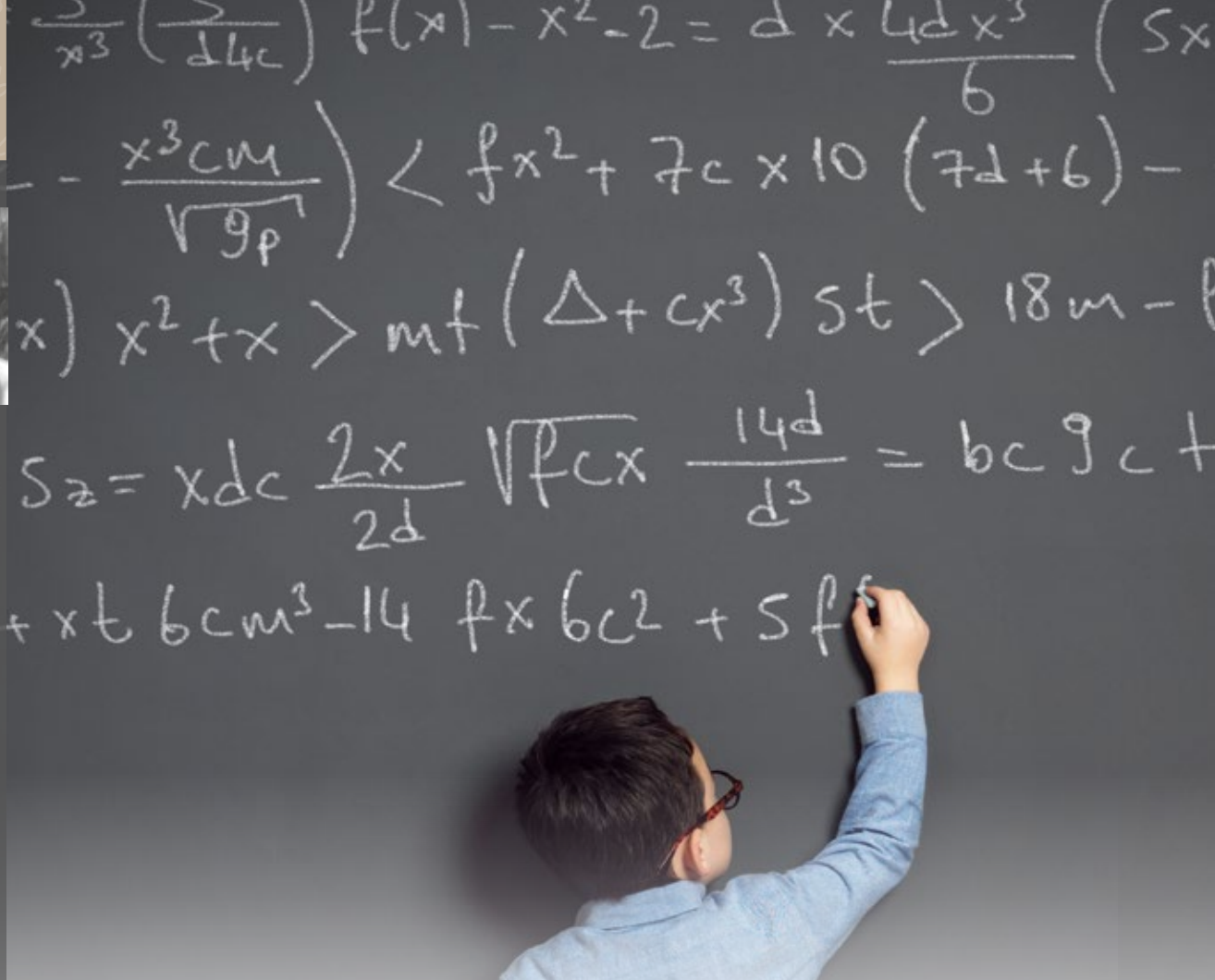
Fomentar el involucramiento y atención de los estudiantes en el aprendizaje de matemáticas puede contribuir a una mejora en su desempeño. Los seres humanos buscan información por naturaleza. Están inclinados a resolver la incertidumbre y generar significados por medio de la narrativa.

La incorporación meditada de incertidumbre de bajo riesgo y de historias cautivadoras en las instrucciones matemáticas pueden dirigir esas fuerzas motivadoras naturales hacia un aprendizaje más productivo. Existe evidencia que respalda este enfoque y puede iluminar el camino hacia un esfuerzo más robusto de aplicar investigaciones que surgen de las neurociencias, psicología y otras áreas a los métodos y materiales de matemáticas. Este trabajo consolida algunas de estas investigaciones interdisciplinarias y contiene propuestas para extender su uso. **RM**

Ver referencias del artículo en la versión digital de la revista.

Fabio Jurado

Doctor en Literatura por la UNAM México; magíster en Letras Iberoamericanas por la Universidad Nacional Autónoma de México; profesor de Literatura de la Universidad Nacional de Colombia.



El lenguaje de las matemáticas en el contexto escolar

La recontextualización del discurso primario (el de un campo de producción disciplinar) y su concreción en un discurso secundario (el discurso que se construye en el contexto de las aulas), es lo propio, anota Bernstein, del fenómeno que ocurre cuando se trata de "comunicar" un determinado "conocimiento" en los contextos de la educación escolarizada. "Transposición didáctica", a su vez, ha denominado Chevallard (2005) a este proceso 1. Pero es un dilema y una incertidumbre para los investigadores en el campo de la educación identificar las sustancias de contenido que prevalecen en los discursos orales de los docentes y los estudiantes en los espacios cerrados de las aulas.

La escuela es un dispositivo cultural y político, de control simbólico y, en consecuencia, productora de tensiones. Para Bernstein "la teoría de la instrucción es un discurso recontextualizado crucial ya que regula los ordenamientos de la práctica pedagógica" (1990, p. 134). Recontextualizar es traducir el discurso –de un campo disciplinar, por ejemplo- a otro discurso, como el que se configura en las aulas. En esta perspectiva, dos situaciones ameritan la reflexión:

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/el-lenguaje-de-las-matematicas-en-el-contexto-escolar/

1

Para el trabajo en el aula los maestros atienden solo los contenidos que el Ministerio selecciona, luego hay aquí una doble recontextualización: la que realiza la agencia gubernamental (el Ministerio y los currículos que diseña) y la del agente de la instrucción (el maestro); así, el de la instrucción realiza en aula una recontextualización de la recontextualización, al constreñirse a reproducir el discurso oficial propio del currículo declarado -por ejemplo, para el caso de Colombia, asumir pasivamente los "Derechos Básicos de Aprendizaje" (MEN, 2016) y las "Mallas de Aprendizaje (MEN, 2017)-. Así, la "planeación" del maestro es una forma de legitimación del currículo etnocentrista; dicha planeación también ha recontextualizado los contenidos seleccionados por la agencia gubernamental. Aquí se identifica una línea de investigación poco explorada: cómo se configura la recontextualización de la recontextualización en la "planeación" que realizan los docentes.

2

Los maestros se apoyan en el discurso primario (fuentes relacionadas con la matemática, por ejemplo) y en los documentos ministeriales de carácter general, que proporcionan señales sobre las competencias fundamentales en cada ciclo, como los lineamientos curriculares (1998) y los estándares básicos de competencias (2006), cuya organización no es la propia de un currículo taxativo y compartimentado, lo cual implica que el docente construya el currículo, sin perder de vista aquellos lineamientos y estándares.

En ninguno de los dos casos el discurso pedagógico garantiza la aprehensión inmediata del conocimiento "propiamente científico" –el que está representado en fuentes primarias, por las que ha pasado el docente en su formación universitaria-, pues este se construye, como ocurre con todo conocimiento, en tiempos y espacios indeterminados y según las diversas experiencias intelectuales del sujeto deseoso de aprender [2]. El discurso pedagógico, si tiene efecto, provoca, induce, inquieta, seduce y hace sentir la necesidad de indagar en torno a un determinado conocimiento; tal discurso, cuando propicia interacciones, re-potencia la intuición (Not, 1983); se trata del conocimiento en el contexto escolar, en el sentido de un conocimiento que ha sido pedagogizado; de allí la importancia de hablar de la matemática escolar, de las ciencias sociales escolares, de la química escolar… Se trata de conocimientos escolares, que han sido previamente seleccionados, en el contexto escolar. Entonces la escuela ha de ser un dispositivo provocador hacia la necesidad del conocimiento científico a partir del conocimiento escolar.

Los registros, según Halliday

Halliday (1982) explica que la confrontación de registros es propia de los aprendizajes escolares. La categoría registro, tal como la propone Halliday, sirve para caracterizar las actuaciones discursivas de los estudiantes cuando frente a una determinada consigna eligen el registro según su propia experiencia, la que desearían comunicar, aunque no se corresponda con aquello que la consigna demanda:

> *Lo que constituye un registro son los significados, incluso los estilos de significación y los modos de argumentación, más que las palabras y las estructuras como tales. Con el fin de expresar nuevos significados, podría ser necesario inventar nuevas palabras, pero existen muchos modos distintos en que un lenguaje puede incorporar nuevos significados, e inventar nuevas palabras es apenas uno de ellos. No debe considerarse un registro matemático como algo integrado únicamente por la terminología, ni el desarrollo de un registro simplemente como un proceso de adición de nuevas palabras. (Halliday, 1982, p. 254).*

Los registros son pues sustancias de contenido que el pensamiento produce cada vez que el sujeto interpreta en un contexto que reconoce. Los niños hacen grandes esfuerzos para entronizar con los contextos que subyacen en los textos que leen; el reto de la escuela es saber seleccionar los textos de tal manera que propicien las interacciones y, en la medida de lo posible, neutralizar la artificialidad en la que suelen caer los discursos en el aula; esta posibilidad, la de jugar, por ejemplo, con los números y con las notaciones formales en la resolución de problemas, la del asombro de saber descubrir el funcionamiento

[1] "El trabajo que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado la transposición didáctica" (Chevallard, 2005: 45).

[2] A su modo, Chevallard dice que "comúnmente, el saber enseñado vive muy bien encerrado sobre sí mismo, en una plácida autarquía, protegido por lo que hemos llamado la clausura de la conciencia didáctica –este distanciamiento, tan eminentemente funcional, del resto del mundo" (2005, pp. 25-26).

de una regla o una fórmula, esto es, la asimilación del registro "especializado", constituye el punto de partida de un proceso que nunca se cierra.

Lo que se representa en el cuaderno o en las respuestas de las pruebas externas, son un punto de referencia para caracterizar estas maneras auténticas de los niños por construir los registros más allá de los prevalecientes en las aulas; muchas veces son registros sincréticos surgidos de la combinación entre los códigos escolares y los códigos que, en la vida práctica, el niño se inventa para saber afrontar una situación. Cuando los estudiantes asumen con responsabilidad la complejidad de las tareas, le apuestan a varios caminos para solucionar problemas utilizando incluso sistemas de representación no canónicos; el dilema está en la aceptación o no, por parte del docente, de las rutas elegidas por el estudiante. En todo caso, el planteamiento de Halliday ayuda mucho a la construcción de una epistemología para la práctica pedagógica:

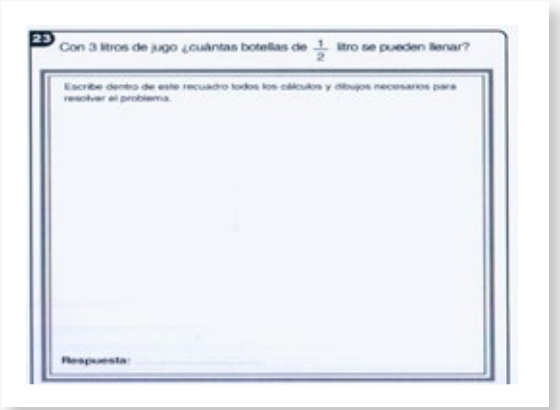
Sería un error suponer que el lenguaje de las matemáticas (por lo cual se entiende el registro matemático, la forma de lenguaje natural utilizado en matemáticas y no su simbolismo matemático) es enteramente impersonal, formal y exacto; por el contrario, en él hay mucho de metáfora e incluso de poesía, de modo que es precisamente allí donde residen con frecuencia las dificultades. Expresiones como "seis menos cuatro dos" representan modos esencialmente concretos de significación que adoptan un aspecto metafórico cuando se utilizan para expresar relaciones abstractas y formales (esto es, cuando se interpretan como "6 - 4 = 2"). (Halliday, 1982, p. 263).

Los lenguajes se construyen con sistemas de convenciones y la matemática, como toda ciencia, tiene su propio sistema, es decir, su gramática específica, su modo de funcionar y de producir conocimiento, pero en dicho sistema nada es exacto; se interpretan representaciones, formales o lingüístico-discursivas.

Las representaciones

Los ejemplos siguientes son tomados de los resultados de las pruebas de matemática en el proyecto SERCE del LLECE-OREALC-UNESCO [3], aplicadas en el año 2006 a niños de tercero y sexto grado, de escuelas de 16 países de América Latina. Una de las preguntas es la siguiente:

[3] Segundo Estudio Regional Comparativo Explicativo de la Calidad de la Educación (SERCE) del Laboratorio Latinoamericano de la Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), coordinado desde la oficina de UNESCO en Santiago de Chile.



Se trata de una pregunta sobre el "dominio numérico", cuya tarea es "resolver un problema que involucra el concepto de fracción" (SERCE, 2008, p. 49); la consigna está destinada a los niños de tercer grado. Es una pregunta abierta, es decir, el estudiante tiene que producir un texto para exponer la solución al problema. Algunas respuestas correctas son las siguientes:

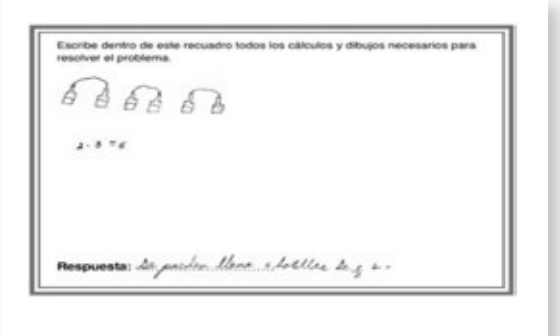


Figura 2 (SERCE, 2008).

El estudiante recurre a la iconicidad figurativa (representación visual de las cosas), uniendo con una línea en arco cada dos botellas, marcadas estas con otra línea en la superficie, y luego expone la representación formal: 2·3 = 6; después explica lingüísticamente: "se pueden llenar 6 botellas de ½ L". La representación icónica (el dibujo) le permite al niño asegurar la respuesta, como forma de comprobación empírica. Se identifican aquí tres tipos de representación: la icónica-visual, que proviene de la experiencia práctica; la formal, que proviene de la experiencia escolar, y la propiamente lingüística, modelada también por la experiencia escolar. Para llegar al conocimiento formal, o representación formal, el niño reconstruyó el conocimiento empírico, representado icónicamente; luego da el paso de los objetos a los signos propiamente convencionales (2 · 3 = 6, y su traducción al sistema lingüístico). Los registros "litro" y "½ litro" han sido aprehendidos por el estudiante, con la mediación del conocimiento intuitivo [4]. Otro caso es el siguiente:

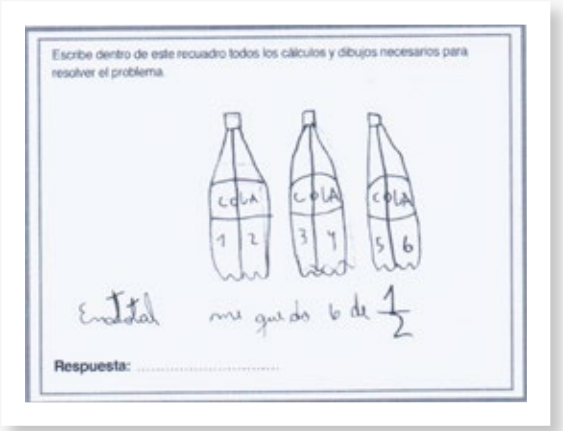


Figura 3 (SERCE, 2008).

El estudiante también recurre a la representación icónica: dibuja tres botellas de un litro, procede a dividir en dos cada botella y luego enumera las partes; cuenta desde el uno y le da como resultado 6; luego lo enuncia combinando lo lingüístico con lo numérico: "En total me queda 6 de 1/2"; aunque solo dibuje 3 botellas, y no 6 como en el caso anterior, da cuenta de la respuesta; es otro modo de operar con los registros "litro" y "medio litro", asociados con el referente de la botella de un refresco; sabe pues que las botellas de refresco son de un litro (conocimiento empírico, que proviene de la experiencia extraescolar) y desde allí realiza la operación. Otro niño dibuja seis recipientes y los identifica con medio litro cada uno:

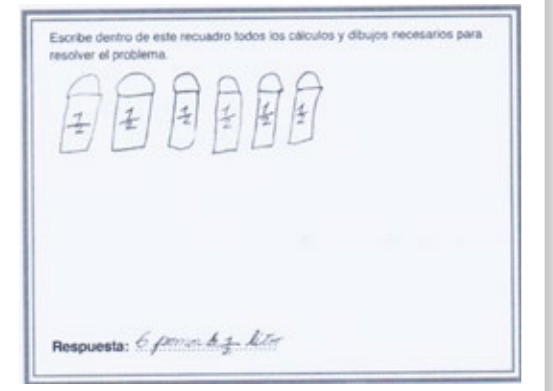


Figura 4 (SERCE, 2008).

[4] Dice Not: "... llamaremos intuición (del latín ***intuitio***, imagen reflejada en un espejo) a la representación de las realidades concretas que pueden expresar las formas matemáticas. En un sentido la intuición capta formas simbólicas mientras que el formalismo combina signos..." (1983, p. 276).

Para este estudiante no importa que cada recipiente no se parezca a una botella (puede ser una lata de jugo o de refresco), lo que importa es el modo de operar para resolver el problema. En el espacio de la respuesta introduce un término que proviene del sociolecto en su país: se denomina "pomos" a las bebidas con sabor a frutas. Ha recurrido pues al registro más común en la lengua práctica cuando se habla de botellas o de litros, pero igualmente recupera el conocimiento escolar con la convención ½, escrito en la superficie de cada recipiente. En este caso los recipientes son de medio litro, tal como se propone en la consigna.

En otros casos el dibujo es algo meramente accesorio:

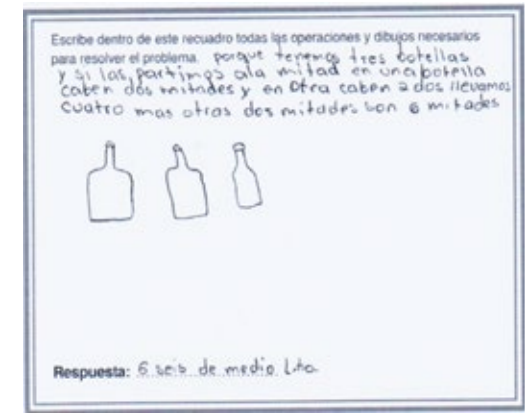


Figura 5 (SERCE, 2008).

La solución es explicada lingüísticamente, nada aporta el dibujo de las botellas. Es decir, explica de manera verbal lo que otros niños representan con dibujos. Aquí se trata de mitades (la de cada botella); considera innecesario dibujar dichas mitades, las que representa en su pensamiento y que escribe; se colige un nivel de abstracción mayor que en los casos anteriores, aunque no acuda a la formalización ni dibuje las seis botellas de medio litro. El registro "litro" está tácito con el registro "botella" pero lo hace explícito en la respuesta: "6 seis de medio litro."

En todas las respuestas aquí representadas, válidas en su estructura, "es interesante observar las distintas aproximaciones a la idea de mitad. En algunos casos es explícita la división de la botella de 1 litro en dos partes; mientras que en otras, el alumno asume que con dos medios litros se forma un litro; o suma los medios hasta obtener 3, operación que probablemente, haya realizado reuniendo ½ + ½ = 1". (Bronzina, et. ál., 2008, p. 51):

Figura 6 (SERCE, 2008).

De otro lado, un niño acude a la suma y aunque introduce la notación 6 en su respuesta, se observa que "no puede atribuir ningún significado a la escritura ½ y considera los números naturales que aparecen en el enunciado, respondiendo a un contrato frecuente para la resolución de problemas en el ámbito de la escuela" (Bronzina, et. ál., 2008, p. 51); es algo así como decir: "hay que usar todos los números del enunciado y hacer alguna cuenta con ellos para obtener la respuesta.". (Bronzina et. ál., p. 52):

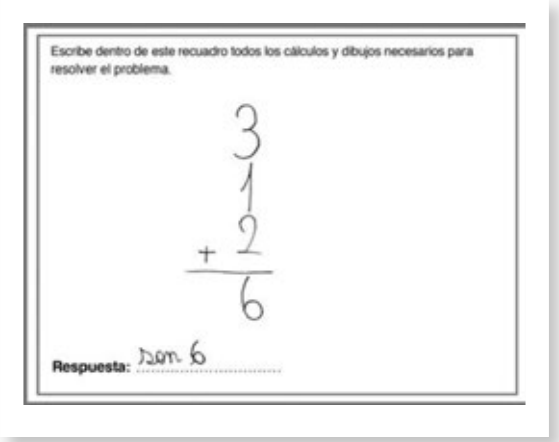


Figura 6 (SERCE, 2008).

En todos los casos hay una lógica particular que los niños construyen para resolver problemas como el que se plantea en esta prueba. Pero en las aulas se espera un único modelo para responder: el que fue enseñado. De otro lado, los ejemplos ilustran el carácter semiótico que cubre el proceso de recontextualización

dado en la consigna, que propicia la heterogeneidad en el modo de responder. No es el conocimiento puramente matemático el que los niños construyen, es el juego con el lenguaje de la matemática en el contexto del conocimiento escolar lo que se representa en los casos analizados. Este juego se inscribe en un proceso de negociación de significados y es lo que se esperaría en las aulas cuando se asume el socio-constructivismo como un enfoque pedagógico y sociocultural (D´Amore, Radford y Bagni, 2007). **RM**

Referencias

Bernstein, B. (1990). La construcción social del discurso pedagógico. Bogotá,: El Griot.

Bishop, A. (1999). Enculturación matemática. La Educación Matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona:, Paidós.

Bronzina, L., et. aál. (2009). Aportes para la enseñanza de la matemática. Santiago,: LLECE-SERCE-UNESCO.

Chevallard, I. (2005). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. B. Aires,: AIQUE.

D´Amore, B.; Radford, L.; Bagni, G. (2007). Obstáculos epistemológicos y perspectiva socio-cultural de la matemática. Cuadernos del Seminario en Educación, N.º 10. Instituto de Investigación en Educación. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

Halliday, M. A. K. (1982). El lenguaje como semiótica social. México,: Fondo de Cultura Económica.

Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos curriculares. Matemática. Bogotá,: MEN.(2006). Estándares básicos de competencia. Bogotá,: MEN

Not, L. (1983). Las pedagogías del conocimiento. México,. F. C. E.

SERCE-LLECE-UNESCO (2008). Aportes para la enseñanza de la matemática. Santiago,: LLECE-SERCE-UNESCO-OREALC.

programa
LOGROS

¡Sabías que un estudio que se hizo con estudiantes de primaria, poniéndoles un sensor en la muñeca para medir su actividad cerebral, arrojó que esta actividad en los alumnos cuando tienen una clase magistral, es la misma que cuando ven televisión, es decir, casi nula!

El cerebro necesita emocionarse para aprender y generar procesos de desarrollo de habilidades sostenidos en el tiempo.

SANTILLANA

Para conocer más sobre Logros,
agenda tu cita llamando al 018000978978.

Gloria García

Docente e investigadora del departamento de matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional.

La relación lectura, matemáticas, contextos reales. Contribuciones de la educación matemática a la formación ciudadana

Presentación

Este trabajo tiene como propósito contribuir a la reflexión sobre la relación entre los procesos de lectura, los contextos reales, las matemáticas y la formación ciudadana. El compromiso de la educación matemática con la ciudadanía demanda establecer la conexión entre las matemáticas, las situaciones sociales, económicas, ambientales y políticas que del mundo debe leer el ciudadano actual. Por su parte, la información en los medios de comunicación sobre situaciones de la vida social, económica, ambiental, cada vez con mayor frecuencia, utilizan un tipo particular de imágenes (gráficas, diagramas, pictogramas) en las que el razonamiento cuantitativo o espacial u otras nociones matemáticas ayudan a clarificar, comprender e interpretar las situaciones.

En el campo de los estudios sobre la resolución de problemas contextualizados, los contextos realistas han comenzado a ser incluidos en las agendas de investigación en educación matemática. Chapman (2006) [1] señala que los enunciados de los problemas contextualizados en las matemáticas escolares se presentan típicamente en formas verbales o pictóricas o con combinaciones de los dos asociados a un contexto real o contexto social-cultural, real o imaginado. Si bien los estudios se han centrado exclusivamente en las capacidades lectoras individuales en combinación con capacidades matemáticas para la solución, nuestro interés en la solución de

DISPONIBLE EN PDF

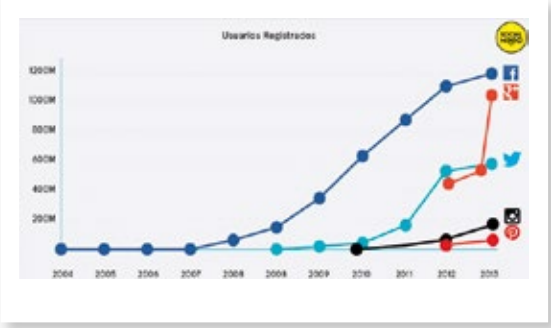
http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/la-relacion-lectura-matematicas-contextos-reales-contribuciones-de-la-educacion-matematica-a-la-formacion-ciudadana/

los problemas reside en acciones colectivas como posicionarse ante los datos, analizarlos críticamente y tomar decisiones que, en algunos casos, pueden demandar decisiones colectivas.

La relación entre cultura visual, ciudadanía y matemáticas

Inés Dussel (2005) [2] señala que "Desde hace al menos dos siglos la cultura occidental viene considerando al mundo como un texto, y esta consideración permea buena parte de nuestras prácticas y concepciones del mundo" (p. 2). La legibilidad del mundo actual ha provocado una extensión de los supuestos y prácticas de la lectura y la escritura a otras formas de representación (por ejemplo, la imagen o los gestos). Dussel llama la atención para abordar con cautela y al mismo tiempo con fuerza el desafío relevante "que nos viene de estas nuevas prácticas" puesto que la lectura y la escritura ocurren en ambientes que están repletos de textos visuales, electrónicos y digitales. Ángel Díaz Barriga (2005) señala que los comportamientos estudiantiles actuales responden genéricamente a lo que "se puede denominar el Homo videns, un individuo formado por la imagen, de manera que forma, movimiento y color son los 'medios' en los que se desarrolla el pensamiento. La cautela nos ayudaría a pensar la posibilidad de leer y escribir de otro modo a través de los cuales nos vinculamos con la sociedad en un sentido amplio". (pp. 2-3). Por ejemplo, la lectura que demanda en la actualidad noticias sobre las redes sociales o el recibo de luz o agua.

Recuperado del sitio de Internethttps://www.google.com.co/search?q=imagenes+de+redes+sociales&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ved=0ahUKEwiv8O6WrOzaAhUE7lMKHZ0WAt8QsAQIJg&biw=1560&bih=652



La gráfica 1 informa sobre el crecimiento de usuarios en las redes sociales Facebook, Twiter, Google y otras. Está inscrita en el sistema cartesiano, que relaciona dos dimensiones: horizontal y vertical, en este caso año y número de usuarios. Cada punto está determinado por la pareja años-número de usuario. Una lectura intuitiva permite identificar que las cuatro gráficas corresponden cada una a una red. Que con el paso de los años el número de usuarios aumenta. Y es Facebook quien en el 2015 alcanza el mayor número de usuarios.

El recibo del agua combina el gráfico de barras para

1 Chapman, O. (2006). Classroom practices for context of Mathematics word problems. Educational Studies in Mathematics, 2006 62:211-230.

2 Dussel, I. (2015) Los nuevos alfabetismos en el siglo XXI. Desafíos para la escuela. Recuperado de http://www.virtualeduca.info, 2015

3 Skovsmose, O. Valero, P. (2012). Acceso Democrático a ideas matemáticas poderosas. En P. Valero y O. Skovsmose (Eds.), Educación matemática crítica: Una visión socio-política del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas (pp. 26-61). Bogotá: Ediciones Uniandes.

4 Beltrán, S., Repetto, E. (2006). El entrenamiento en estrategias sobre la comprensión lectora del enunciado del problema aritmético verbal: un estudio empírico con estudiantes de educación primaria. Revista Española de Orientación y Psicopedagogía, vol. 17, núm. 1, enero-junio, 2006, pp. 33-48.

5 García, G., Jurado, F., Acevedo, M. (2004). El papel de los contextos culturales y sociales en la invención de problemas aritméticos verbales. Recuperado el 28 de mayo del 2010. www.iberomat.uji.es/carpeta/.../31_gloria_garcia_oliveros.doc

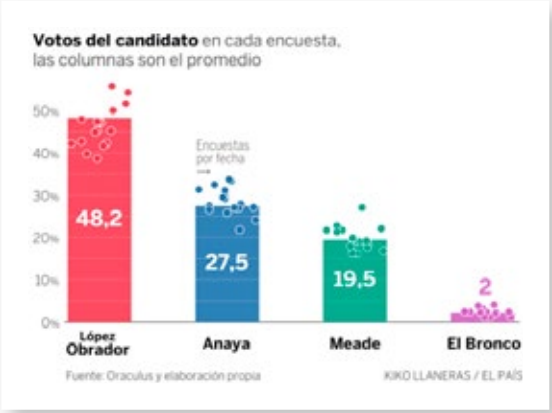
6 Freudenthal, H. (1983), Didactical phenomenology of mathematical structures, Dordrecht, Riedel-Kluwer A.P.

7 Moreno, J. H., Moreno, L. G. (2011). Variables que determinan en los problemas matemáticos escolares y en los problemas de la vida real. Un estudio en Educación Básica. Tesis. Programa Maestría en Docencia de la Matemática. Universidad Pedagógica Nacional.

Tomado de https://www.google.com.co/search?q=imagenes+recibos+de+agua&tbm=isch&source=iu&ictx=1&fir=1I6Z0DklPStIUM%253A%252Cdeo69TEe2rmluM%252C_&usg=__Gl8TMFTC1sB57Gzs1IvKP4N6rck%3D&sa=X&ved=0ahUKEwijz9HjrOzaAhVM2FMKHaVSC4sQ9QEIKzAB#imgrc=1I6Z0DklPStIUM:

mostrar la variación en el consumo durante los últimos meses, con la presentación tabular de los componentes de la tarifa: Acueducto y Alcantarillado, y con el aporte para la preservación y restauración del medioambiente. Esta lectura no demanda exclusivamente capacidades cognitivas altas, como el razonamiento para posicionarse ante los datos, analizarlos críticamente y tomar decisiones que, en algunos casos, pueden demandar decisiones colectivas. Incluye la capacidad de inferir, proponer hipótesis y extraer conclusiones de los datos.

Para Dussel, las reflexiones sobre los cambios en lectura y escritura deben abarcar la enseñanza y el aprendizaje de la lectura y las matemáticas con nuevas formas de alfabetización, donde los contenidos básicos que hacen parte de la escolaridad deben estructurarse como un diálogo más abierto, más fluido con los saberes que se producen y circulan en la sociedad, como las lecturas de números que legitiman la autoridad política (el caso de los números que cuentan votos en las elecciones y que aportan para descifrar la democracia):



Estos números enlazan al Gobierno con la vida de los gobernados, en el decir de Nicole Rose (1991). O los números administran y controlan a la sociedad y a los ciudadanos. Son los números utilizados en el conteo de la población, de natalidad, mortalidad y morbilidad, que son portadores de información para el control social de la población y de fenómenos.

Galería: Bogotá se 'ahoga' en el esmog

Según el secretario de Ambiente de Bogotá, el Día sin carro y sin moto ayudó a reducir en un 30% las partículas contaminantes, algunos ciudadanos quieren saber qué pasa el resto del año. Estos principios son también los principios de los enfoques culturales y sociopolíticos que promueven el compromiso de la educación matemática con la formación de la ciudadanía. D'Ambrossio, (2009), Skovsmose, Valero, (2012) B coinciden en reconocer que las matemáticas están profundamente relacionadas con la consolidación de la cuantificación, industrialización y tecnologización del mundo occidental y con los problemas ecológicos y otros efectos colaterales de la producción industrial. El poder de las matemáticas demanda un compromiso en la formación de competencias generales para la ciudadanía, especialmente con la capacidad para actuar críticamente en sociedad, y de esta manera participar para comprometerse en una acción significativa en el entorno social, cultural, económico y político en el que vivimos. (Skovsmose, Valero, 2012) B. Esta acción incluye la toma de decisiones sobre, por ejemplo, cómo manejar la economía de la familia, establecer un nuevo sistema de seguridad para comunicaciones electrónicas, investigar regulaciones de tráfico, organizar políticas de seguro. De esta manera la lectura de las situaciones problemáticas se vinculan con la competencia comunicativa (Dell Hymes, 1996), el

El TIEMPO: en esa investigación, el 35% de los consultados aprobó la gestión del primer mandatario, frente al 25% de la medición que se hizo el 15 de diciembre pasado.

uso de la lengua en contexto o en vínculo con las vivencias, situaciones importantes socioculturales.

Contexto, enunciados verbales y lectura en las matemáticas escolares

En la década de 1980 la comprensión lectora de los enunciados verbales del problema (aritmético o algebraico) fue considerada como un requisito para acceder a la solución del problema. Los enunciados eran esencialmente verbales porque el soporte era netamente escrito. Los diferentes estudios realizados resaltan que en el proceso de comprensión lectora de enunciados se diferencian dos fases: comprensión lectora del enunciado verbal y compresión matemática del enunciado en función del tipo de conocimiento requerido (capacidades lingüísticas y capacidades matemáticas) (Beltrán, Repetto, 2006) 4. Los estudios relacionaron dos áreas de conocimiento escolar: área del lenguaje y área de las matemáticas escolares. García, Jurado, Acevedo (2004) 5 señalan que, en la mayoría de los casos, los enunciados verbales aritméticos contienen palabras que identifican (ganar, perder) la operación que soluciona el problema. Y los datos necesarios y suficientes para que la solución se encuentre por aplicaciones de uno o más algoritmos. Cabe señalar que, aunque los enunciados refieren objetos y situaciones posibles del mundo real cotidiano (en una caja de galletas caben 15 paquetes de galletas...), los estudios realizados, desde la década de 1980, comenzaron a mostrar el sinsentido con que los estudiantes interpretaban las referencias reales en estos enunciados.

El proyecto desarrollado en el instituto Freudenthal "Realistic Mathematics Education" (De Lange, 1996) introdujo la noción sobre la actividad matemática como una actividad humana más, por lo cual se considera que "saber matemáticas" es "hacer matemáticas", lo cual comporta, entre otros aspectos, la resolución de problemas de la vida cotidiana. Uno de sus principios básicos afirma que "para conseguir una actividad matemática significativa hay que integrar situaciones reales en las actividades de aprendizaje de las matemáticas" (Freudenthal, 1983) 6.

El pensamiento matemático descontextualizado también comenzó a ser cuestionado por las teorías situadas de aprendizaje, que sostienen que el conocimiento está localizado en formas particulares de experiencia y no en contenidos mentales (Lerman, 2000) y con la necesidad de ofrecer actividades que relacionen a los sujetos con el mundo. La búsqueda de sentido y significado para lograr un mayor compromiso del estudiante con el aprendizaje de las matemáticas plantea la relación entre los problemas o proyectos y realidades. De otra parte, la integración de las competencias, buscando que los estudiantes sean capaces de utilizar los conocimientos para resolver problemas reales, integra las situaciones de la vida cotidiana dotando al conocimiento matemático de utilidad y sentido. Aplicar las matemáticas en la comprensión de cuestiones importantes y en la resolución de problemas contextualizados significativos es promovida por las pruebas nacionales e internacionales de evaluación de las competencias matemáticas (Pruebas Saber 11, Pisa, etc.)

Paralelamente las visiones epistemológicas del conocimiento matemático como producto de una actividad y de la relación de las matemáticas con la sociedad, es decir, el papel que juega en la sociedad, da lugar a integrar el uso de las matemáticas como una herramienta tanto descriptiva como prescriptiva de las situaciones de las ciencias y las humanidades. A continuación, reinterpretando la clasificación de JH y LG Moreno (2011) 7, describimos ejemplos de los enunciados de problemas contextualizados:

Enunciados que utilizan datos reales cuantificados

Un jugador de un equipo de básquet en el partido como visitante realiza 12 lanzamientos encestando 4 y en el partido como local realiza 36 lanzamientos convirtiendo 12.

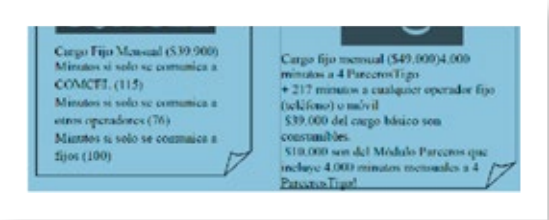
Enunciados que implican toma de decisiones según las necesidades del estudiante

$1.500 cuesta un tiquete para viajar en TransMilenio entre el hogar y el trabajo. La tiquetera semanal cuesta $ 16.000. ¿Es mejor pagar el tiquete diario o la tiquetera semanal? Argumente su decisión.

8 2007-09. Reinventando el currículo y los escenarios de aprendizaje de las matemáticas. Un estudio desde la perspectiva de la educación matemática crítica. IDEP- Colciencias UPN Universidad de Aalborg. Dinamarca. Contrato 0.802011-013. Estudio del papel de los escenarios y ambientes de aprendizaje de las matemáticas en los procesos de inclusión en las clases. Colciencias UPN Universidad de Aalborg. Dinamarca, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Contrato 363.

Edwin A. Gómez, Ciudadanía Ambiental desde las prácticas de medición en la construcción de un espacio de reforestación. Prácticas de Medición No le des la espalda a tu espalda. Tensiones en el montaje de un escenario de aprendizaje. Tatiana Samboni, Adriana Chaves. Eillen Navarrete. Procesos de coflexión y deliberación en ambientes de aprendizaje. ¿Cuánta agua gastamos?. Diana Martínez, Olga Patricia Páez. Un ambiente de aprendizaje de las matemáticas: la cultura del uso y consumo del teléfono celular. Jenny Carolina Rojas, Diana Helena Parra Matemáticas y loncheras saludables: Un ambiente de exploración. Maestría en Docencia de la Matemática. Universidad Pedagógica Nacional.

9 García, G. Naverrete, E., Samboni, T. (2017). Valores democráticos en escenarios de aprendizaje de las matemáticas: conexiones entre la diversidad y la cultura juvenil. Revista Tecné Episteme y Didaxis n.o 43.



Como se observa, la estructura del problema contextualizado escolar sigue siendo:

Datos, pregunta que relaciona datos para conseguir la solucion numérica. La comunicación sobre la informacion de asuntos reales necesarios en la vida de los ciudadanos y sobre los que debe tomar decisiones presenta los datos en estructuras diferenciadas de los probemas aritméticos y algebraicos escolares.

Obligan a reconocer la pertinencia de realizar procesos de interpretación, comparación en un marco de referencia. Para su comprensión es necesario una primera versión que conforma un texto explicativo atendiendo a los requerimientos estructurales, conceptuales matemáticos y lingüísticos.

Es pertienente señalar que la clasificacion descrita en el párrafo precedente no prentende ser una reflexion exahustiva de las investigaciones sobre los problemas contextualizados, ni sobre los nuevos procesos de lectura que demandan las nuevas formas de comunicar la informacion cuantificada sobre el mundo. Y aunque los profesores de matemáticas son conscientes del valor de los diagramas para la enseñanza de las matemáticas, del contexto y de las imágenes visuales, siguen siendo ciudadanos de segunda en las clases de matemáticas.

Lectura de contextos reales, valores sociales

En los estudios [8] que hemos realizado, en la relación educación matemática y ciudadanía nos hemos centrado en considerar que la idea de democracia se construye en las relaciones sociales entre la personas, es decir, porque comparten valores, acciones como el respeto, la igualdad, la responsabilidad social, el interés y la actuación coordinada con los otros miembros de la comunidad. Y que desde el punto de vista cultural es posible relacionar "las ideas matemáticas con el empoderamiento de la gente en relación con sus condiciones de vida", pues el estudio de situaciones problemáticas en la vida de los estudiantes puede iniciar cambios en las participaciones de los estudiantes. En estas situaciones se encuentran saberes cercanos a la vida social, política y económica de los estudiantes. En estos saberes, las matemáticas se esconden tras estructuras y rutinas sociales que tienen contenidos matemáticos importantes desde una perspectiva del contenido del aprendizaje, de la importancia sociológica de aprender en la escuela, y de la posición misma de los niños. (García, Samboni, Naverrete, 2107) [9].

Estos principios nos permitieron enfocarnos en el arraigo de valores democráticos en la clase visibilizados en las dimensiones seleccionadas como constitutivas de los escenarios: participación colectiva de los estudiantes, determinada por un sentido de igualdad en las interacciones dialógicas entre estudiantes y estudiantes y profesor.

En el caso del escenario No le des la espalda… con fotografías alusivas al sobrepeso de la maleta escolar, lecturas referentes a la relación peso y posición del cuerpo y videos sobre los dolores de espalda en los jóvenes, nos propusimos desarrollar acciones centradas en los procesos de colectividad (Valero, Skovsmose, 2012) [3], entendidas como acciones propositivas para reflexionar/solucionar el problema. Una cuestión importante en el escenario es la integración del cuidado del cuerpo, pues buscábamos que los estudiantes comprendieran la idea de que lo que le pasa al cuerpo, su malestar, es malestar del sujeto. Las matemáticas escolares involucradas en el escenario están relacionadas con prácticas de medición y relaciones funcionales de dependencia.

En el escenario ¿Cuánta agua gastamos? los estudiantes participan colectivamente en actividades que van desde localizar informaciones sobre la cantidad de agua consumida en la institución educativa y en sus casas y en las soluciones para estimar y calcular el volumen de la cantidad de agua consumida. Surgieron acciones colectivas para involucrar a las familias y a la institución escolar en las soluciones que demandaba la situación. RM

Bernardo Recamán Santos

Matemático de la Universidad de Warwick Inglaterra. Ha sido profesor de matemáticas en colegios y universidades de Colombia y África. Es autor, entre otros libros, de Los números, una historia para contar (Colombia Aprendiendo, 2016).

Evaluar sin traumatizar

La matemática es desde hace mucho la disciplina escolar más odiada de todas, de la que más huyen estudiantes de todo el mundo y de todas las edades. *¿Qué vas a estudiar?*, le pregunta uno a un adolescente ya cercano a terminar sus estudios básicos y en muchos casos contesta con total convicción: *"Nada que tenga que ver con matemáticas"*. Algunas de las razones por las que ello es así se han discutido mucho y han sido bien identificadas. El excesivo énfasis en la parte procedimental de la matemática por encima de la comprensión, la absurda dependencia en lo memorístico sobre lo deductivo, y la aparente irrelevancia de los tópicos de estudio y su escasa relación con la realidad son quizás las más notorias. Sin embargo, de una de las causas principales del terror que las matemáticas producen entre los estudiantes, poco se habla: la evaluación. A pesar de que son muchos los docentes que estamos ofreciendo a nuestros estudiantes una matemática más amigable, relevante, enfocada en la comprensión y no en lo mecánico, y muy diferente a la matemática que nosotros mismos recibimos cuando éramos estudiantes, a la hora de evaluarlos seguimos haciéndolo de la manera tradicional, examinando lo procedimental, prohibiendo la ayuda de las nuevas tecnologías, premiando la velocidad y la precisión, fomentando la competencia e insistiendo en el trabajo individual y aislado. En parte, los docentes estamos casi obligados a evaluar así, pues así es como los estudiantes son evaluados en las pruebas masivas y estandarizadas a los que regularmente son so-

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/evaluar-sin-traumatizar/

metidos, y la manera como se sigue evaluando a los estudiantes en la universidad. Dichas pruebas desconocen por completo la realidad de la matemática contemporánea y de la ciencia en general. Para comenzar, todo aquello que sea ejecutar procedimientos o rutinas, la ciencia y la matemática ya se lo ha delegado a los computadores para su realización. Una vez un estudiante sabe y, sobre todo, entiende cómo se suman dos fracciones, o se deriva un polinomio, no necesita demostrarlo sumando doscientas fracciones o derivando tres mil trinomios. Es más, es posible que pueda hacer sin error esas doscientas sumas o tres mil derivadas y aún así no entienda ni el *cómo* ni el *porqué*. Hay otras formas que le permiten saber al docente si el estudiante realmente sabe y entiende cómo sumar fracciones o derivar un polinomio. Una, por ejemplo, es observando cómo le explica a otro cómo hacerlo, y por qué debe hacerlo así.

Esas pruebas estandarizadas, universales e individuales desconocen también la enorme diversidad de talentos que existen entre los estudiantes y solo apuntan a evaluar una única manera de abordar la matemática. Ya todos entendimos finalmente que las inteligencias son múltiples y que no todos tenemos la misma mezcla de ellas. Eso mismo es cierto de la inteligencia matemática: viene en muchas variedades (la numérica, la espacial, la aleatoria, la lógica, etc.), y ninguna prueba estandarizada puede dar cuenta de todas ellas. Cuando un estudiante no sale airoso de una prueba de esa naturaleza puede quedar con la sensación de que no es apto para toda la matemática, cuando lo más probable es que su fortaleza se encuentra en otro aspecto de la matemática. Examinar a todos los estudiantes de matemáticas con la misma prueba es tan absurdo como examinar a todos los estudiantes de algún instrumento musical con el mismo examen de piano. Por supuesto que un docente no puede aplicar pruebas a la medida de cada estudiante, pero su evaluación a lo largo del tiempo que está con él debe enfocarse en buscar, no lo que le "falta" sino lo que "tiene" y que merece ser resaltado y reforzado. Es decir, la evaluación no debe ser para castigar, ni amonestar, ni asustar, ni espantar, ni clasificar.

Esas pruebas estandarizadas y masivas también desconocen la importancia de la colaboración, del trabajo en equipo. Basta examinar una revista científica de cualquier disciplina para constatar que son raros, si alguno, los artículos de un solo autor. Los Newtons, Darwins, Galileos y Pasteurs, haciendo ciencia encerrados en solitario en su buhardilla o laboratorio, si es que alguna vez así la hicieron, quedaron todos atrás. Toda la ciencia contemporánea es fruto de la colaboración de personas con talentos diversos que se complementan y potencian a la hora de colaborar. Los grandes problemas del momento, algunos más urgentes que otros, como el cambio climático, el envejecimiento de la población, la resistencia de las bacterias a los antibióticos, la hipótesis de Riemann, el auge del populismo, la búsqueda de una teoría unificada de

la gravitación y el electromagnetismo, la existencia o no de vida extraterrestre y tantos otros, no van a ser resueltos por las ideas geniales de un individuo en un momento de inspiración, sino por la confluencia de la sabiduría, genialidad, el trabajo y el liderazgo de muchos. Greta Thunberg sola no resolverá el problema del cambio climático, pero sí podrán hacerlo los cientos de miles de personas, jóvenes sobre todo, que ella ha convocado para que entre todos salgamos del atolladero en que nos metimos. Las pruebas estandarizadas, las mismas pruebas para estudiantes de los más diversos orígenes, culturas, talentos, y con las que las universidades escogen a sus estudiantes, rara vez pueden identificar rasgos incluso más importantes que los meramente académicos, entre ellos rasgos de liderazgo y colaboración. Por ello, cuando dejamos que esas pruebas, a pesar de lo inevitables que son, lo digan todo, no solo estamos dejando a muchos por fuera de oportunidades en que podrían destacarse, sino enviando un mensaje de fracaso a quienes no las superan. Son los que no quieren tener nunca más nada que ver con las matemáticas.

Por supuesto que cambiar de un día para otro la forma de evaluar no es tarea fácil. Es, sin embargo, algo que todos los sistemas educativos deberán abordar poco a poco. Se trata de hallar la forma de evaluar sin causar daño, en condiciones en que quienes están siendo evaluados no sientan que se están jugando la vida, en que la evaluación sea ella misma una ocasión de aprendizaje más, en que lo que se evalúa no sea un solo aspecto del saber matemático. No se trata, tampoco, de pasar el mensaje de que la matemática no requiere esfuerzo. Por el contrario, todos sabemos lo exigente que es nuestra disciplina y el mensaje que debemos transmitir es que el esfuerzo que hacemos es reconocido y se manifiesta de muchas formas. A los docentes nos queda la difícil tarea de idearnos la manera de estimular, nutrir y reconocer ese esfuerzo. Una solo examen de escogencia múltiple, cada cual sentado en su pupitre, con el segundero del reloj andando a toda marcha, desprovisto de todas las ayudas con las que cuenta cualquier científico hoy día, e incomunicado con el resto del mundo, puede convertirse en una verdadero trauma que expulse para siempre del mundo de las matemáticas a más de uno.

Evaluar es una parte imprescindible del trabajo del docente, pero es algo que pueda hacerse sin hacer daño, ni convertirse en una trauma. Hay mil formas de hacerla: observando, dialogando, mediante proyectos de largo y corto plazo. Existe también la posibilidad de la autoevaluación, pedirle al mismo estudiante que reflexione sobre su proceso de

aprendizaje, lo que ganó y lo que quedó faltando. Subestimamos en muchas ocasiones lo que los estudiantes son capaces, por ejemplo el de ser tremendamente autocríticos, examinarse a sí mismos y, de la mano de un docente comprensivo, superar escollos y alcanzar metas, metas que van mucho más allá de sacar buenos resultados en un examen de papel y lápiz. No hay que olvidar que, más que nada, la evaluación debe dejar una lección, una aprendizaje.

"Desde que tengo uso de razón, las matemáticas y materias como esas son para mí como un juego, un rompecabezas que enfrento como tal. Ganarle a la profesora ha sido siempre mi reto, así como hallar la solución primero que los demás a los problemas más difíciles. Lograrlo me hace sentir "guau", más que bien…", cuenta Melisa Parra Takeuchi (*'Es a mi mamá a quien le debo el amor a las matemáticas'*, El Tiempo, 4 de julio de 2019), una joven ganadora de las Olimpíadas Repilos que tuvo la fortuna de contar a lo largo de su vida con verdaderos maestros, su abuelo, el legendario Yu Takeuchi, el padre de las matemáticas en Colombia, y su madre Caori, entre otros y que inculcaron en ella, más que nada, el amor por las matemáticas y el estudio en general. Ese es el reto que tenemos todos los que nos dedicamos a la docencia, contagiar a nuestros estudiantes del amor por cada una de nuestras disciplinas y no atiborrarlos de información, recetas sin sentido y fórmulas arbitrarias que pronto se olvidan. Con toda seguridad, Melisa ha tenido que enfrentarse a las mismos exámenes por los que todos hemos tenido que pasar, pero con la fortuna de que el amor por las matemáticas con que fue contagiada desde temprano no sufrió con los reveses que encontró en el camino. Ella misma lo cuenta: "Siento que las pruebas presenciales están mal diseñadas. Triunfa el que es más rápido, el que tiene mayor habilidad para apretar el botón. No gana quien sabe más. Había muchas respuestas que sabía… Cuando pierdo por no saber me da pesar por no haber estudiado más y trato de superar esos vacíos con lecturas, con más trabajo…"

Así como poco a poco, los profesores de matemáticas estamos haciendo la transición a unas matemáticas más relevantes, más alegres, menos mecánicas y memorísticas, también tendremos que hacer el esfuerzo de buscar formas novedosas de evaluar el desempeño de nuestros estudiantes, sin llenarlos de temor en el camino, ni ahuyentarlos de la matemática, recalcando no tanto lo que falta sino lo que hay. Con toda seguridad, cuando Melisa sea una profesora destacada como su abuelo, su manera de evaluar a sus estudiantes será muy diferente a la manera como ella fue evaluada. **RM**

RECOMENDADO

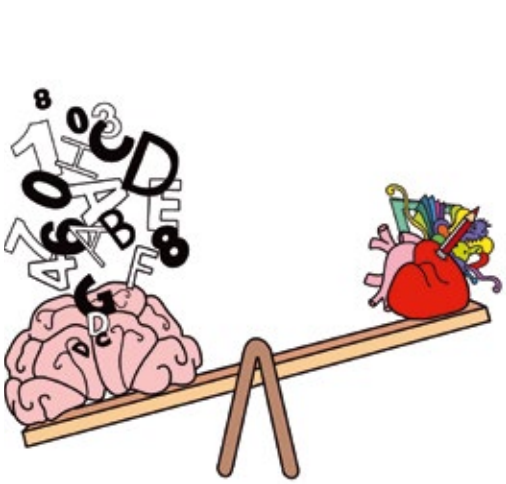
Garbiñe Larralde

Licenciada en Bellas Artes. Actualmente trabaja como profesora de bachillerato y coordinadora TIC en el Colegio Jesús María de Bilbao. Es formadora de docentes y está centrada en la investigación y experimentación del uso del Visual Thinking en confluencia con las metodologías activas y el desarrollo de la competencia digital.

Participa en diversas comunidades de aprendizaje como EduCaféBilbao, Aulablog y Espiral. Es también coocreadora y coordinadora del proyecto colaborativo "No me cuentes historias...¡Dubújamelas!"

La humanización de los algoritmos

Mis primeros recuerdos de la escuela tienen que ver con aquellos cuadernos limpios y muy organizados en los que la zona central, reservada para los ejercicios de caligrafía o álgebra, se rodeaban de una periferia de dibujos de colores y formas con las que, a modo de primitivas insignias, las profesoras premiaban mi buen hacer. Ya en ese primer contacto con el aprendizaje el currículo oculto me señalaba la diferencia entre lo importante y lo superfluo; entre la seriedad del aprendizaje de las sumas, las restas y la lectoescritura y la superficialidad de la práctica manual y artística; entre el esfuerzo mental necesario para aprender y el mero placer del ejercicio manual decorativo. En suma: la jerarquía entre el necesario contenido y lo accesorio de la forma. ¿Te suena?



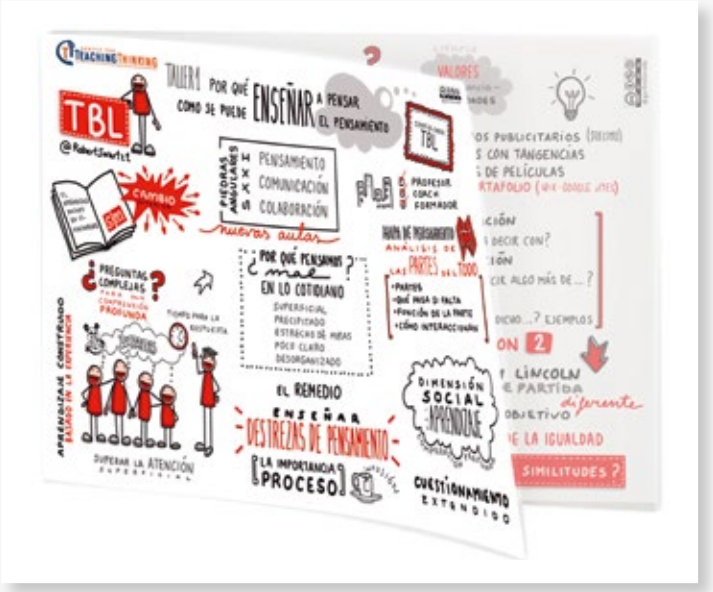
DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/la-humanizacion-de-los-algoritmos/

Recuerdo que unos años más tarde, no sé si por influjo de aquellos primeros trofeos infantiles, mis cuadernos de EGB y BUP se convirtieron en mapas de letras y colores en los que buceaba para encontrar la información que tenía que plasmar en el examen de turno. No tengo muy claro cómo se produjo esta transformación, pero intuitivamente descubrí que, a medida que vinculaba una forma con un contenido y organizaba el conjunto de informaciones en el papel, mi memoria reaccionaba de manera diferente y era capaz de entender y retener aquello que dibujaba. Quizás fue el recuerdo de aquellos premios visuales recibidos en la infancia lo que, de forma inconsciente, me hizo descubrir que un tamaño de letra, un cambio de tipografía, un color diferente, un pequeño dibujo o un código formal podía servir de ancla para mi memoria permitiéndome recuperar con mayor facilidad aquel contenido. De esta manera se produjo el primer ajuste de cuentas entre contenido y forma, y mis cuadernos se llenaron de notas visuales, aunque, por aquella época, era necesario mantenerlas ocultas ante los maestros, no fueran a pensar que lo superfluo pasaba por encima del contenido.

Mapas realizados por Antia Larrán

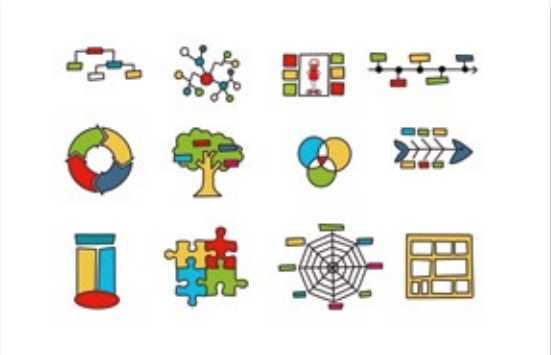
Cuando me tocó decidir hacia dónde encaminaba mi futuro profesional, el interés por el mundo de colores y formas que había ido desarrollando desde niña me hizo optar por la carrera de Bellas Artes. A partir de ese momento, llegó el equilibrio porque la reflexión pudo adquirir forma y la forma comenzó a llenarse de contenido. Había, por fin, descubierto que podía aprehender el mundo por medio de la imagen y que la jerarquía entre texto e imagen era solamente una ficción. Supe que la realidad podía ser entendida y ordenada por medio de números y formas, colores y letras, y que con todas estas herramientas podía construir conocimiento. De forma intuitiva, aprendí que lo visual no era algo que únicamente se relacionaba con lo artístico, sino que se trataba de un proceso de carácter cognitivo.



Hace cinco años presencié cómo una persona realizaba en directo la síntesis visual de una conferencia, traduciendo la información que el ponente iba desarrollando a dibujos y textos cortos que iba organizando en un papel poco más grande que una cartulina. Aquella imagen fue el detonante de un viaje al pasado que me hizo recordar el enorme potencial del lenguaje visual como herramienta de aprendizaje. De aquel contacto casual (y casualmente la ponencia que vi dibujar trataba sobre la serendipia) nació el proyecto “No me cuentes historias… ¡dibújamelas!”, una experiencia colaborativa en torno a un blog en el que cientos de profesores fuimos aprendiendo a golpe de experiencia lo que el uso del dibujo podía aportarnos en el aula.

Desde aquel reencuentro con una forma de aprender que permanecía dormida en mi memoria, he descubierto que a eso de dibujar la información se le denomina Visual Thinking y que en las empresas se utiliza la representación gráfica de ideas como herramienta para el acuerdo y el consenso en reuniones de equipo. Desde entonces no solo he leído todo lo que he encontrado, sino que también he escrito algunos artículos sobre el tema, pero lo más importante es que he dibujado una enorme cantidad de mapas visuales con el objetivo de experimentar de forma consciente lo que se puede hacer con el dibujo utilizado como herramienta de aprendizaje. En todo este recorrido también he propuesto el uso del Visual Thinking en el aula y he tenido la enorme suerte de dinamizar un gran número de talleres y cursos para docentes, con quienes, a falta aún de estudios científicos que certifiquen los beneficios que tiene el uso del dibujo como herramienta para aprender, hemos podido compartir los aspectos tanto positivos como negativos de nuestras experiencias de aula.

La primera persona que analiza el pensamiento visual es Rudolf Arnheim, quien en 1969 escribe un libro en el que defiende que la percepción visual es un proceso cognitivo. En esta misma línea de investigación, algunos estudios posteriores proponen la existencia de la ley de la constancia perceptual para explicar que, a pesar de que la forma, tamaño, grosor y color de los objetos varían con la distancia y la iluminación, la percepción se realiza de forma global, y la realidad que nos rodea es aprehendida por medio de la visión como un todo que no se reduce a la suma de sus partes. La teoría de la Gestalt defiende la integración de percepción y razón en la creación de estructuras o patrones jerárquicos que se almacenan en la memoria y reducen la complejidad del entorno.



Aceptar que existe una forma de entender y aprehender el mundo que pasa por la percepción visual nos permite defender la necesidad de proponer al alumnado un acercamiento al lenguaje matemático utilizando el dibujo como herramienta para la representación y visualización de los problemas. Desde la prehistoria el ser humano ha utilizado la imagen para pensar y analizar los datos que recibe del entorno. Desde los primeros registros comerciales materializados por los incas en los quipus, hasta llegar a las increíbles visualizaciones de datos realizadas por David McCandless, la imagen ha sido utilizada de múltiples formas para materializar el conocimiento matemático. También en educación las editoriales son conscientes de que, para un alumnado inmerso un entorno hipervisual y acostumbrado a vivir entre imágenes, la conexión entre lo visual y lo racional es imprescindible, y de ahí que no haya libro de matemáticas sin ilustrar. Pero, al igual que en el aprendizaje de la lengua, la mecánica de la lectura es necesaria pero no suficiente para la creación de textos, la visualización de tablas y gráficos, por sí sola, no per-

mite el acceso al conocimiento matemático. Si para aprender una lengua es necesario atender todas las dimensiones que conforman la misma (comprensión y expresión tanto oral como escrita), para aprender matemáticas será necesario dedicar tiempo al aprendizaje de la expresión gráfica que, por medio del dibujo, nos ayuda a entender, clasificar, relacionar y organizar de forma simple los datos que son necesarios para la resolución de cualquier problema.

En el sistema educativo, la relegación del aprendizaje del lenguaje visual a la periferia del currículo provoca que, una vez superada la etapa infantil y cubiertas las necesidades básicas de la lectoescritura, todas aquellas habilidades y capacidades relacionadas con el desarrollo del dibujo, tanto a nivel interpretativo como a nivel expresivo, sean desatendidas. Esta es la razón por la que la mayor parte de los docentes que asisten a los talleres de Visual Thinking confiesan un déficit en el conocimiento de la representación gráfica, algo que, evidentemente trasladan a su alumnado.

Superar este modelo jerárquico e integrar en actividades complejas los diferentes lenguajes es un reto que han entendido algunos docentes de matemáticas que desde hace algún tiempo han apostado por el uso del Visual Thinking en sus clases. Así, los mapas visuales que crea el alumnado de Angustias Ortega son un ejemplo de actividades de visualización matemática que exigen dos niveles de trabajo: el primero para entender y representar los datos a los que se hace referencia (no se puede dibujar aquello que no se entiende), y el segundo para comprender y visibilizar las relaciones u operaciones que se dan entre los datos representados. Para conjugar ambos niveles el alumnado de Angustias inventa en sus mapas visuales narrativas con las que acercarse a los problemas matemáticos de una manera más humana y significativa.

En estas historias, el aprendizaje se produce en el punto de intersección de varios lenguajes (el visual, el escrito y el matemático) y una propuesta de utilización de la narrativa gráfica como eje y motor de un proceso cognitivo activo cuyo objetivo es la apropiación de la realidad y la comprensión del sustrato matemático que existe en las actividades humanas. Las posibilidades de enriquecimiento de este tipo de actividades de aprendizaje son muchas, pudiendo plantearse una prolongación de estas por medio de la recreación oral o incluso musical de la narrativa, hasta llegar a propuestas complejas de recreación

audiovisual en las que los datos matemáticos se hagan visibles. Este podría así convertirse en uno de los primeros contactos que el alumnado tenga con una de las grandes áreas de desarrollo tecnológico que hoy en día tiene mayor proyección: la visualización del Big Data para agregar significado y hacer que los números y los algoritmos sean más humanos. **RM**

BIBLIOGRAFÍA

Arnheim, R. (1986) El pensamiento visual. Barcelona,: Paidós Estética.
Urchegui Bocos, Pedro (2018) Pensamiento visual y educación. Valladolid,: Universidad de Valladolid.

WEBGRAFÍA

Lupi, G. (marzo 2017) Cómo encontrarnos en los datos. Obtenido de https://www.ted.com/talks/giorgia_lupi_how_we_can_find_ourselves_in_data/transcript?source=googleplus&language=es

McCandless, D. (julio 2010) La belleza de la visualización de datos. Obtenido de https://www.ted.com/talks/david_mccandless_the_beauty_of_data_visualization?language=es

María Cecilia de Oliveira

Profesora titular del Departamento de Educación del Instituto de Biociencias de Rio Claro - Universidad Estadual Paulista - UNESP

Coordinadora de la Red Rayos de Sol, Rio Claro, Estado de São Paulo (SP), Brasil.

Daiane Luzia de Matos Bueno

Posgraduada en Pedagogía por la Universidad Anhanguera - Uniderp (2017). Actualmente es profesora de Educación Básica - Secretaría Municipal da Educação de Limeira. Tiene trayectoria en el área de educación con énfasis en educación infantil y en los grados iniciales de la educación fundamental.

La pedagogía por proyectos: la interdisciplinariedad en lenguaje y matemática

Introducción

En Brasil, muchas dificultades marcan el proceso de enseñanza y aprendizaje en diferentes áreas del currículo escolar. Estas dificultades se manifiestan, especialmente, con relación al lenguaje, la matemática y la convivencia escolar. En este contexto, se inserta el presente trabajo, sustentado en el enfoque de la Pedagogía por Proyectos. Se fundamenta en la hipótesis según la cual la pedagogía, cuando se apoya en el protagonismo de los estudiantes y trabaja en situaciones propias de los entornos de los estudiantes, contribuye a modular dichas dificultades.

El proyecto que aquí se referencia tiene la intención de resolver los conflictos que permean las interacciones sociales en la escuela e influir, positivamente, en los desarrollos del aprendizaje escolar, especialmente en lenguaje y en matemática. En el trabajo pedagógico, se ha buscado proporcionar experiencias significativas de aprendizaje con prácticas interdisciplinarias, articulando los intereses de los estudiantes y las exigencias curriculares del municipio.

El proyecto se desarrolló en una escuela pública municipal que funciona en período integral, ubicada en la periferia de una ciudad del interior del Estado de São Paulo – Brasil. El proyecto se desarrolló en una escuela pública municipal que funciona en período integral, ubicada en la periferia de una ciudad del interior del Estado de São Paulo – Brasil. En esta escuela, además del currículo común, se ofrece atención en deportes, cultura, informática y robótica. Cada maestro participa en dos clases: Lengua Portuguesa, es objeto de estudio en el período de la mañana, y la Matemática, en la tarde; los conceptos de Naturaleza y Sociedad (Cien-

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/la-pedagogia-por-proyectos-la-interdisciplinaridad-en-lenguaje-y-matematica/

cias, Historia y Geografía) son abordados en los 2 períodos. El horario es completado con la atención y asesoría a los estudiantes.

En junio de 2018, la maestra asumió una clase del 2.º grado de educación primaria (EP), con 12 niñas y 12 niños, que, hasta el momento, estaban sin clases de matemática y presentaban niveles distintos de aprendizajes. Apenas cinco de los 24 estudiantes tenían los aprendizajes previstos para el 2.º grado de la educación primaria. En el grupo, había 3 casos de inclusión (1 con dictamen de deficiencia intelectual y 2 en proceso de evaluación). Los estudiantes, en general, eran inquietos y participativos, pero la participación de algunos no siempre correspondía al tema de la clase. Los niños competían por la atención de la docente, dificultando su trabajo pedagógico.

Al principio los estudiantes manifestaban una cierta aversión a la Matemática. Decían que era una disciplina difícil. Tal percepción requería ser gradualmente transformada. Por la falta del maestro en el inicio del año, el aprendizaje estaba rezagado, comprometiendo también la organización del trabajo, las dinámicas y la disciplina. Por eso se retomaron conceptos básicos, ya que las evaluaciones apuntaban a un desfase con relación a los aprendizajes previstos para el 2.º trimestre del año lectivo, por los criterios de evaluación adoptados por la Red Municipal de Educación, como revela la nota del cuadro 1.

Cuadro 1. Rendimiento [1] de los alumnos del 2.º grado 4, en el 1.er° trimestre de 2018 en matemática.

CRITERIOS	CANTIDAD DE ALUMNOS	PORCENTAJE
A	0	C0,00%
AD	5	20,83%
B	9	37,5%
AB	10	41,66%
TOTAL	24	100%

Fuente: Resultados de evaluación.

La comparación de los datos, expuestos en el cuadro 1, con la clasificación adoptada por la Secretaría de Educación (cuadro 2) revela que la mayoría de la clase no mostraba los aprendizajes previstos (criterios B y AB) para el 2.º grado de la enseñanza primaria.

[1] Los aprendizajes de los estudiantes de la Red Municipal de Educación de Limeira son evaluados por medio de los criterios: A (Avanzado); AD (Adecuado); B (Básico); AB (Por debajo del básico).

Cuadro 2. Criterios de clasificación de los aprendizajes correspondientes a los criterios.

CRITERIOS	DESCRIPCIÓN
A	Avanzado: a los estudiantes que demuestran dominio del contenido y un desarrollo más allá del requerido para el grado de escolaridad, logrando resolver actividades complejas.
AD	Adecuado: a los estudiantes que demuestran un desarrollo adecuado y dominio de los contenidos esperados en el período que fueron evaluados.
B	Básico: a los estudiantes que demuestran estar en el proceso intermedio de desarrollo y de dominio del contenido del período en que fueron evaluados, necesitando de intervenciones.
AB	Por debajo del básico: a los estudiantes que no obtuvieron el dominio satisfactorio de los contenidos y no presentan un desarrollo esperado para el período en que fue evaluado, necesitando de intervenciones sistemáticas.

Fuente: Adaptado (Secretaría Municipal de Educación de Limeira, 2018)

Frente a esto, la docente, recién formada en su 1.er año de magisterio, buscó propuestas pedagógicas que acentuaran el protagonismo de los alumnos en el proceso de enseñanza y aprendizaje y propiciaran la evolución de conductas participativas y democráticas. Propuestas que favorecieran la superación de dificultades y el acceso a los contenidos curriculares. Esto ocurrió con el encuentro de la Pedagogía por Proyectos de Jolibert, en la vertiente emancipadora, con la participación en la Red Rayos de Sol, vinculada a la Red Latinoamericana para la Transformación de la Formación Docente en Lenguaje. La Pedagogía por Proyectos es una concepción que valora el protagonismo de los estudiantes, por medio de actividades que tienen como punto de partida sus propios intereses. La Pedagogía por Proyectos considera los contextos significativos reales, en entornos colaborativos, que propician el desarrollo de conocimientos, una vez que "la actividad del sujeto aprendiz es determinante en la construcción de su saber operativo" (Jolibert, 1994, p. 20).

1. Metodología: El inicio del proyecto

El trabajo aquí relatado, constituye una experiencia de carácter cualitativa, desarrollada mediante la experiencia de una maestra en formación inicial, quien durante sus clases se ha apropiado de la Pedagogía por Proyectos. Uno de los puntos centrales que requerían la atención en el desarrollo del proceso pedagógico con una metodología diferenciada se refiere a la articulación entre las propuestas curriculares oficiales para la educación primaria y las actividades realizadas en las clases. Sin embargo, como el aprendizaje constituye la esencia de las propuestas curriculares y, de acuerdo con Jolibert, (1994a, p. 12) [2], en la medida en que se vive en un medio sobre el cual se puede actuar, en el cual se puede discutir con otros, decidir, realizar, evaluar... se crean las condiciones más favorables para el aprendizaje, esta cuestión fue asumida por la maestra.

Después del primer contacto con la Pedagogía por Proyectos, durante una reunión del grupo de investigación Rayos de Sol, surgió por parte de la maestra la búsqueda de caminos posibles para introducir la Pedagogía por Proyectos en las clases. La preocupación inicial era la de cómo relacionar los objetivos establecidos en el currículo oficial con la participación de los estudiantes. Entonces, con la pregunta: "¿Qué quieren aprender en las clases de matemática?", se observó que los estudiantes no estaban acostumbrados a expresar sus intereses, porque gran parte de las respuestas fue: números y cuentas. Se concluyó que no tenían grandes expectativas con relación al aprendizaje de la matemática, resumiendo esa área del conocimiento a números y cuentas, una vez que este era el significado que atribuían a la matemática, generalmente, sin cuestionar o comprender los procedimientos.

Como apunta Jolibert (1994) en la configuración de la escuela, poco se piensa en los destinatarios de lo que ella ofrece. El entorno escolar es organizado por los adultos, con el fin de cumplir con

[2] JOLIBERT, Josette (1994ª). Formando Niños Lectores. Trad. Bruno C. Magne. Porto Alegre: Artmed.

sus propias expectativas, esperando que los niños se adecuen de la manera más inteligible posible a lo que ha sido establecido como estándar de aprendizaje. Sobre el asunto, Micotti (2009, p. 38) señala que "en la perspectiva de los proyectos, las clases dejan de ser un mundo de fantasía para constituirse en un encuentro de subjetividades", propiciando un trabajo pedagógico colectivo que lleva los estudiantes a comprender la realidad de la cual forman parte; con eso, las clases no son más el "cumplimiento de obligaciones" desprovistas de sentido. Después de que la maestra adoptó la propuesta de la Pedagogía por Proyectos, los estudiantes asumieron su propia voz, pues la maestra los invitó a expresar sus expectativas de aprendizaje, para entrelazar sus anhelos y curiosidades con las propuestas curriculares. Se inició, entonces, el proyecto, a partir de una inquietud de la clase referente a la alimentación en la escuela.

Los cuestionamientos, presentados por los estudiantes durante las clases de matemática, en especial, hacían referencia a la solución de problemas en situación auténtica (eje estructurante del currículo municipal), claramente conectados con las "dificultades" en la lectura, la escritura y la comprensión de los enunciados de los problemas. Con estos criterios, como el planeo en la unidad escolar realizado en grupo, se expuso al equipo pedagógico de la escuela el desarrollo del proyecto, iniciado en una de las clases, explicando que la Pedagogía por Proyectos contribuiría en la consolidación del aprendizaje de la lectura y la escritura y con la transformación de la creencia de que la matemática era una asignatura difícil.

Durante la reunión se expuso la propuesta de trabajo, sustentada en la Pedagogía por Proyectos, y la posibilidad de realizar, de forma interdisciplinaria, un proyecto en la clase de 2.º grado 4, iniciativa que fue aceptada por el equipo de la coordinación pedagógica y por los docentes. Como el proyecto se inició en octubre de 2018 y faltaba poco tiempo para el fin del año lectivo, se decidió que ese proyecto de 2.º grado 4 sería extendido a las otras 3 clases de 2.º grado de la escuela, involucrando a sus docentes, considerando que no habría tiempo suficiente para desarrollar un proyecto para cada grupo. Así, los estudiantes de las otras clases que se sumaron al proyecto, participaron de las actividades con empeño, si bien, para el grupo que inicialmente se propuso el proyecto las situaciones pedagógicas fueron más significativas y provechosas. Esto confirma que cuando el trabajo parte del interés de los estudiantes, hay más participación y acceso a los conocimientos previstos.

2. El proyecto "Alimentación saludable"

El proyecto: "Alimentación saludable" surgió de la problematización planteada por el grupo de 2.º grado 4 con relación a los alimentos servidos en la escuela. En un momento de charla, los niños cuestionaron por qué determinados alimentos hacían parte del menú. Mediante reflexiones sobre el asunto, se llegó a la conclusión de que había alguien que era responsable ende la elaboración del menú. Se estableció, entonces, el siguiente diálogo:

> *Alumno:* ¡Maestra! ¡Usted necesita ayudarnos! Hable con la cocinera de la escuela, porque no nos gusta la merienda servida.
> *Maestra:* ¿Por qué no les gusta la merienda? ¿Qué podría servirse?
> *Alumno:* ¿Por qué la pasta es servida pura? ¡Nosotros queríamos que por lo menos tuviera salsa con carne!
> *Alumno:* ¡Podría haber postre, bizcochuelo y otras cosas que nos gustan; como snacks!
> *Maestra:* ¿Snacks pueden consumirse en la escuela?
> *Alumno:* ¡En realidad no! Pero, ¿por qué se sirve magdalenas en paquetes?
> *Maestra:* ¿Vamos a encontrar una respuesta a su pregunta, juntos?
> *Alumno:* ¡Sí maestra, entonces llama a la cocinera aquí, le contaremos todo!
> *Maestra:* ¿Será que la cocinera es la responsable de lo que se sirve en la escuela?
> *Alumno:* ¡No, es la directora! ¡Es el alcalde!
> *Alumno:* ¡Vamos a hacer algunos carteles e ir hasta la alcaldía! ¡Haremos mucho ruido allá!
> *Maestra:* ¿Ustedes piensan que de esa forma podemos resolver nuestros "problemas"? ¿Necesitamos de una protesta con gritos frente a la alcaldía para entender por qué se sirven determinados alimentos en la escuela?
> *Alumno:* ¡En verdad, es conversando! Necesitamos hablar sobre el asunto.
> *Maestra:* Eso, el diálogo es el mejor camino. ¿Ustedes ya escucharon acerca de un profesional llamado nutricionista? ¿Sabían que nuestra escuela tiene una nutricionista responsable para elaborar nuestro menú?
> *Alumno:* ¡Ah! Yo sé quién es, ya la vi en la escuela, pero no sabía que ella hacía eso.
> *Maestra:* Es la nutricionista quien cuida de la alimentación en la escuela, las cocineras solo cocinan.
> *Alumno:* ¡Entonces, vamos a llamarla aquí!

3 MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira (org.). (2009) Lectura y Escritura: Cómo Aprender con Éxito por Medio de la Pedagogía por Proyectos. São Paulo: Contexto.

Después de este primer diálogo, los niños se mostraron interesados en conocer a la nutricionista y comprender todo el recorrido de los alimentos hasta ser servidos en la escuela. Numerosas sugerencias fueron escritas en el tablero, hasta que se llegó a un consenso acerca de cuáles acciones se realizarían durante el proyecto.

Los niños, cuando fueron interrogados si les gustaría aprender matemática estudiando alimentación saludable, respondieron positivamente; esta actitud muestra que cuando la propuesta es significativa para el estudiante y se consideran sus intereses, el aprendizaje es placentero. Se acordó, entonces, que invitaríamos a la nutricionista de la escuela para una charla. Los niños fueron interrogados sobre la manera por la cual se haría la invitación: luego respondieron que deberían hablar con la directora, y surgió la pregunta: “¿Cómo hablarán con la directora?”.

Una estudiante sugirió ir hasta la dirección, otros, hacer una llamada telefónica, hasta que uno de los estudiantes sugirió escribir una carta; la idea no les gustó a todos, sin embargo, llegaron al consenso que esta sería la mejor forma de solicitar la autorización para que se pudiera conversar con la nutricionista. Quedaba aún, una cuestión pendiente: “¿Cómo aprenderíamos matemática en el proyecto Alimentación saludable?”. Se inició una reflexión con los niños sobre la presencia de la matemática en numerosas situaciones cotidianas, como por ejemplo: en la cantidad de los alimentos que compramos. Pronto surgieron comentarios diversos como el peso, tamaño, tiempo de cultivo de los alimentos, hasta que uno de los estudiantes tuvo la idea de hacer un "bizcochuelo" para estudiar matemática con una receta, lo que fue inmediatamente aceptado por los demás.

Como los estudiantes estaban acompañando el crecimiento de las remolachas plantadas en el proyecto sobre la huerta educativa, se sugirió hacer un bizcochuelo de remolacha. La idea pareció un poco rara, sin embargo, la mayoría de los estudiantes expresó su curiosidad y aceptó.

Conversando sobre el tema y todas las acciones que realizaríamos durante el proyecto, hubo una confrontación de ideas, opiniones y sugerencias de todos. En conjunto, se elaboraron los pasos para la consecución de los objetivos.

Objetivos propuestos para el proyecto

- Comprender la selección de los alimentos servidos en la escuela.
- Reconocer la alimentación saludable como un factor de la calidad de vida del ser humano.
- Elaborar, interpretar y solucionar situaciones problemas.
- Reconocer la escritura como medio de comunicación y apropiación de la escritura convencional.
- Leer con comprensión.
- Respetar reglas de interacción en una conversación y realizar diálogos argumentativos.
- Realizar la lectura de datos e interpretar, construyendo, listas, tablas y gráficos.
- Desarrollar las ideas referentes a *doble* y a *triple*, según las cantidades.
- Construir y utilizar tablas con comprensión.

Actividades:

- Realización de una entrevista con la nutricionista de la escuela.
- Escritura de una carta a la dirección escolar, solicitando autorización para entrevistar a la nutricionista.
- Escritura de la invitación para la nutricionista.
- Producción de un guion para la entrevista.
- Elaboración de un bizcochuelo con las remolachas cosechadas en la huerta.
- Organización de las actividades en tablas y gráficos.
- Producción, análisis y validación de situaciones problemas.

Textos necesarios para la realización del proyecto: Carta, invitación, cartel, guion de entrevista, receta.

2.1 El proyecto en práctica

Con el proyecto definido, se iniciaron las acciones, articuladas con la participación de la maestra de Lengua Portuguesa, quien monitoreó la escritura colectiva de una carta dirigida a la dirección de la escuela, solicitando la visita de la nutricionista para conversar sobre la merienda, como también una invitación escrita dirigida a la nutricionista.

Según el currículo oficial, los contenidos matemáticos deben estar relacionados con problemas contextualizados según sean las situaciones. El énfasis está en la identificación de los contenidos matemáticos aprendidos en la escuela a partir de acontecimientos cotidianos y de la solución de los problemas encontrados. Cabe resaltar que hubo una conversación previa, tanto con la directora de la escuela como con la nutricionista sobre los objetivos y acciones del proyecto. En una carta, la directora aprobó la solicitud de los estudiantes, lo que provocó euforia y expectativas. Se acordó que se realizaría una entrevista y se elaboraron carteles colectivos con las preguntas y sugerencias que serían abordadas.

En el día 31/10, durante la entrevista con la nutricionista, los niños presentaron sus dudas, hicieron sugerencias sobre la comida, desarrollando así la oralidad, además de la lectura y la escritura. En la entrevista, se estableció un diálogo argumentativo, en el que ellos usaron un vocabulario coherente, respecto a las reglas de interacción oral y sustentaron el punto de vista sobre la problematización; por ejemplo, sugerir el postre después del almuerzo. De esta forma, las dudas relacionadas con la comida fueron esclarecidas y los estudiantes pudieron comprender el porqué de algunas decisiones relacionadas con la alimentación escolar, como la cuestión de la gelatina que no era servida por falta de recursos para mantenerla refrigerada.

Después de la entrevista, la próxima actividad fue hacer un bizcochuelo con las remolachas cosechadas en la huerta. Antes de la cosecha, se estudió la ficha técnica de la remolacha, comparando los datos con los de la clase del 2.º grado 2 que había plantado rábanos. Se estimó el tiempo para la co-

secha, que debido a las condiciones climáticas, fue prorrogada por más de 2 semanas. La utilización del calendario en esa actividad propició la comprensión de su función social como instrumento de medida del tiempo y viabilizó la comprensión de secuencias numéricas y de regularidad del sistema de numeración decimal, dado que se contaron los días estimados para la cosecha, identificando los números en su secuencia.

El calendario propició también el trabajo con situaciones problemas, involucrando la sustracción y la idea de completar cantidades, porque de forma cotidiana la maestra cuestionaba la clase sobre cuántos días faltaban para la cosecha. Con la cosecha de la remolacha se estudió previamente la receta del bizcochuelo, aprendiendo sobre los instrumentos para las medidas convencionales y sus respectivas unidades de medida (kilogramo y litro), al igual que la cantidad de ingredientes (huevos y remolachas). Se reflexionó sobre los instrumentos de medida no convencionales utilizados por las cocineras, como: cuchara, taza y vasos.

Los estudiantes fueron interrogados acerca de la cantidad de bizcochuelo que se debería hacer, una vez que dos grupos participarían en esta actividad: "¿Será que solo una receta de bizcochuelo es suficiente para todos?". La respuesta negativa llevó a reflexionar sobre el *doble* y el *triple*, lo que posteriormente fue vivido en la práctica durante la aplicación de la receta. La masa del bizcochuelo de remolacha fue hecha en el comedor de la escuela por los estudiantes, con el auxilio de la profesora y, enseguida, llevada al horno por una de las cocineras. En cada paso se analizó la cantidad y la medida de los ingredientes. Después de asar el bizcochuelo, se sirvió, propiciando una inmensa sorpresa con relación a la aceptación por parte de los estudiantes, porque cuando lo probaron dijeron que no esperaban que fuera tan rico.

Como con la orientación de la coordinadora pedagógica, los estudiantes habían plantado lechuga en la huerta de la escuela, se estudió la tabla, componente curricular para el 2.º grado, mediante la disposición de la serie de plantas. Los estudiantes fueron a la huerta y se interrogaron sobre la distribución de las plantas y su organización. Enseguida, construyeron la tabla en la clase utilizándola con comprensión.

Según Ramos (2009) [4], la educación matemática presupone la creación de situaciones que promuevan el desarrollo del aprendizaje, estimulando y potencializando la capacidad de los estudiantes; de allí que en el proyecto se propusieran juegos, pues

> *Actividades y juegos favorecen el significado, la concreción, la visualización, la percepción y la comprensión necesarias para el desarrollo de las habilidades numéricas, recordando que el aprendizaje se da de forma espiral, porque cada nuevo momento posibilita una comprensión y una organización conceptual diferente (Ramos, 2009, p. 35).*

[4] RAMOS, Luzia Faraco (2009). Conversación sobre Números, Acciones y Operaciones: Una Propuesta Creativa para la Enseñanza de la Matemática en los Primeros Años. São Paulo: Ática.

Para sistematizar el contenido de la tabla, uno de los juegos propuestos fue “La patata caliente de la tabla”. Un recipiente que contiene sentencias matemáticas, pasado de mano en mano, mientras la maestra canta "La patata caliente". Cuando ella decía: “Tres”, quien estuviera con el recipiente tenía que sortear una sentencia y decir el resultado. Si estaba correcto, permanecería en el juego, de lo contrario, sería eliminado.

En cada momento del proyecto, hubo la construcción de situaciones-problemas, por la maestra y por los estudiantes, quienes interpretaban las situaciones con diversas estrategias hasta llegar a las técnicas operativas sugeridas en la programación curricular. En el transcurso del proyecto se observó que al hacer uso del lenguaje en situaciones auténticas de comunicación, como la lectura y la producción de textos para cumplir con las propuestas elaboradas en el proyecto, los estudiantes comprendieron mejor los enunciados de las situaciones-problemas y a buscar soluciones con autonomía. Las acciones del proyecto contemplaron el currículo municipal y proporcionaron a los estudiantes la oportunidad de vivenciar la matemática en la cotidianidad.

2.2 Desdobles del proyecto “Alimentación saludable”

Frente al entusiasmo de los estudiantes con el proyecto, se llevaron a cabo otras actividades, como la investigación sobre los alimentos naturales e industrializados, utilizados en la receta del bizcochuelo. La diferencia entre los ingredientes contenidos en la receta fue registrada en el tablero. Enseguida, se hizo un cartel identificando solo los ingredientes naturales y se realizó una votación sobre el alimento preferido cuyos resultados se representaron en tablas. Esta actividad involucró reflexiones sobre la estructura de la tabla y su composición; con los datos se hizo un gráfico en forma de columnas.

2.3 Socialización

Para concluir el proyecto los estudiantes sugirieron un picnic. Se conversó entonces con la coordinación pedagógica, para la autorización y los recursos. Los estudiantes quisieron también invitar a la nutricionista de la escuela para participar en el picnic. Se le envió una invitación, y ella respondió por medio de una carta. El picnic fue realizado en la zona arbolada de la ciudad, donde los estudiantes compartieron sus experiencias y los alimentos, expresando lo placentero del proyecto. Como la escuela tiene un blog, la directora publicó las actividades del proyecto. También se hizo, en conjunto, un reporte final, para llevar a la casa junto con la receta del bizcochuelo de remolacha.

3. Evaluación del proyecto

Los objetivos del trabajo, bajo la perspectiva de la pedagogía por proyectos, fueron alcanzados. En el fin del año lectivo, las actitudes de los estudiantes se transformaron, tanto en lo que se refiere a la convivencia en la escuela, como en cuanto al aprendizaje. Los estudiantes comprendieron que la escuela es un espacio democrático en el cual pueden decidir y actuar.

Al seleccionar las actividades en el desarrollo del proyecto, los estudiantes reconocieron que tienen el poder de decisión, y sus reflexiones críticas aportaron a la comprensión y al mejoramiento de la organización del sistema educativo, en la unidad escolar. La matemática, antes una pesadilla, pasó a ser un área favorita, porque los estudiantes se involucraron en las acciones, pudieron percibir que las preguntas que involucran la matemática van más allá de números y operaciones.

La clase, que antes se caracterizaba por los conflictos con agresiones verbales y físicas, dio lugar a la tolerancia, valorando más el diálogo y la interacción respetuosa entre sus pares, respetando las reglas de convivencia en la clase y en otros espacios

escolares. Se concluye por lo tanto, que la Pedagogía por Proyectos, aliada al trabajo pedagógico interdisciplinario, constituye una herramienta significativa para el éxito de los estudiantes como sujetos del proceso de aprendizaje, por proporcionar a través del objeto de interés estudiantil la construcción de nuevos conocimientos y la consolidación de las habilidades adquiridas.

3.1 La contribución del proyecto para la innovación y la transformación de la enseñanza

No fue posible analizar profundamente el impacto del proyecto en otras clases, pero en las actividades conjuntas -entrevista, receta del bizcochuelo y picnic– se observó que los estudiantes comprendieron las propuestas, porque participaron de manera pertinente. La maestra A, compañera en los trabajos de la maestra de matemática de 2.º grado, adhirió significativamente al proyecto, que tuvo el apoyo de la dirección de la escuela. La coordinadora pedagógica apoyó todas las etapas del proyecto, organizó el picnic, promovió la nota para la autorización de los padres, leída, individualmente, por los estudiantes. En la primera reunión de planificación, la coordinadora pedagógica sugirió la continuidad del trabajo con los proyectos para que los estudiantes pudieran vivenciar de nuevo las producciones escritas en situaciones vividas por todos. El proyecto, desarrollado en 2018, contribuyó a la formación continua de las maestras. **RM**

Referencias

JOLIBERT, Josette (1994b). ***Formando Niños Productores de Texto***. Trad. Bruno C. Magne y Walkiria Setteneri. Porto Alegre: Artmed.

Et al. (2006). Mas allá de los Muros de la Escuela. Porto Alegre: Artmed,.

LIMEIRA, Munincipalidad de (2016). Resolución SME N.° 11/2016 Dispone Sobre el Currículo de la Red Municipal de Educación de Limeira. Limeira: Secretaría Municipal de Educación,.

Miguel Ángel Vidal Martín

Licenciado en Matemáticas por la USC (1992). Profesor de Matemáticas y de ajedrez educativo. Divulgador de Matemáticas a través de la papiroflexia y el ajedrez (sudochesskus). Elaboré el currículo oficial de la materia de ajedrez en la Enseñanza Secundaria Obligatoria para Galicia.

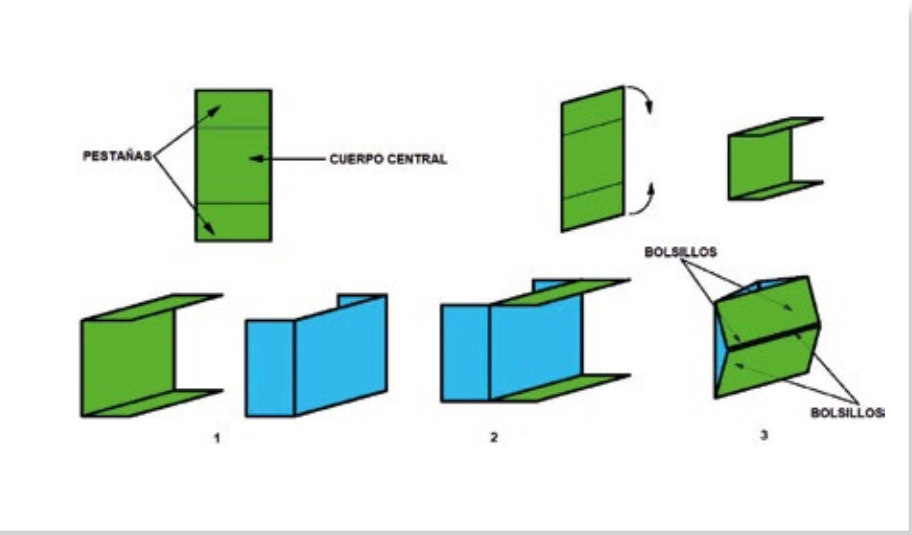
Papiroflexia en las clases de matemáticas y ajedréz

La papiroflexia se puede emplear como un recurso para enseñar diferentes contenidos matemáticos, desarrollar habilidades sociales y estimular algunas de las inteligencias múltiples de Howard Gardner. Las inteligencias que se potencian cuando empleamos la papiroflexia dentro del aula serán: la lógico-matemática (geometría, resolución de problemas…), la espacial (manipulación mental de objetos), la corporal-kinestésica (precisión en los pliegues), la interpersonal (empatía para trabajar en grupo), la intrapersonal (trabajando con la frustración y la baja autoestima) y la lingüística (explicando a sus compañeros cómo se pliegan las figuras y haciéndose entender).

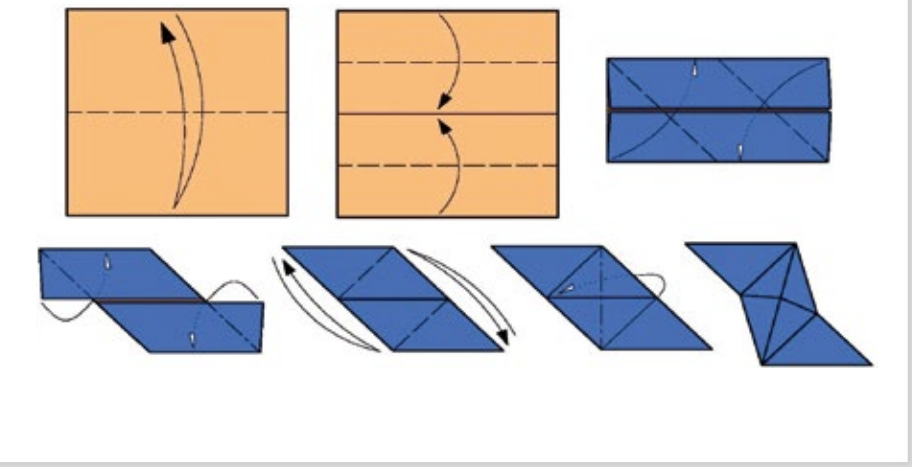
DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/papiroflexia-en-las-clases-de-matematicas-y-ajedrez/

Podemos emplear la papiroflexia para finalidades tanto artísticas (convirtiéndose en auténticos *Makers*) como educativas (a través del juego) y utilizando un único papel o uniendo varios de igual forma sin pegarlos (construyendo "monstruos geométricos") en lo que se denomina papiroflexia modular. Dentro de esta última tipología usaremos el **módulo 4 de 2x1** y el **módulo Sonobé** del japonés Mitsunobu Sonobé con el cual mi alumnado de 13 a 17 años tiene amplia experiencia.



módulo 4 de 2x1

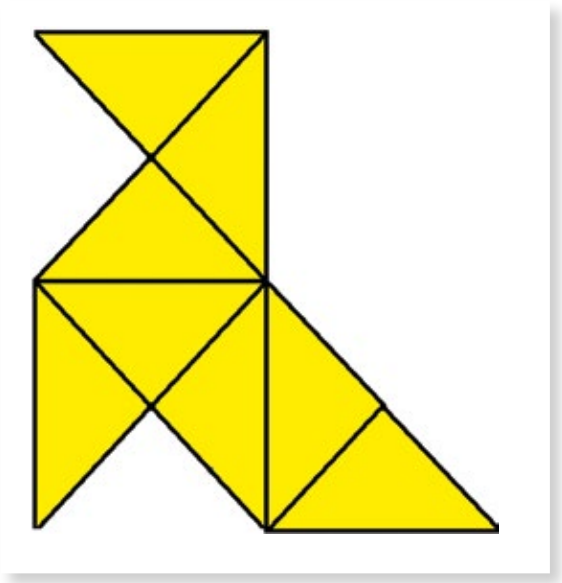


módulo Sonobé

Una de las figuras más reconocidas y plegadas por los principiantes papirofléxicos es la conocida pajarita. Dentro del aula de matemáticas podemos trabajar diferentes conceptos mientras la estamos plegando como por ejemplo: tipos de triángulos, teorema de Pitágoras, áreas,…

Podemos proponer cuestiones del siguiente tipo:

1.- Si partimos del cuadrado L x L de superficie L2 obtenemos una pajarita (plegando los vértices al centro) cuya superficie es la octava parte de la del cuadrado (L2/8).



(Nota: el área de la pajarita la consideramos como si fuese una figura en el plano).

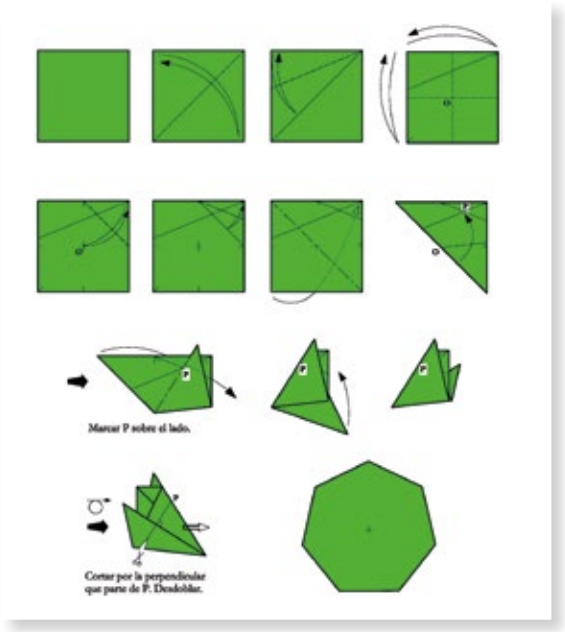
Durante el curso académico 2016-17 les propuse a dos alumnos de 17 años: David Chao y Pablo García de 1.º Bachillerato del IES Pedro Floriani de Redondela (Pontevedra), que hiciesen un trabajo de investigación sobre las construcciones con regla y compás y que se centrasen en la "rebeldía" del heptágono para terminar plegándolo en clase.

Platón fue un gran divulgador del uso de la regla y el compás para las construcciones geométricas (con regla de longitud infinita y sin numeración, y compás que traza circunferencias y no traslada distancias). En el estudio de este campo los griegos se encontraron con 3 problemas: la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo y la trisección del ángulo que no consiguieron resolver.

Podemos preguntarnos qué polígonos regulares se pueden construir con regla y compás. Existe un teorema enunciado por Gauss-Wantzel que determina esta posibilidad. Dice así:

> "Un polígono regular de n lados, siendo n un número primo, es construible con regla y compás si y sólo si n -1 es una potencia de 2".

Por lo tanto, los polígonos regulares de 3 y 5 lados son construibles con regla y compás, pero el de 7 lados no lo es porque $7 - 1 = 6$ y seis no es potencia de 2. Teniendo en cuenta que los polígonos regulares de 4 y 6 lados tienen una construcción sencilla con regla y compás (investígalo), podemos afirmar que el heptágono es el primer polígono regular al que "no le gustan las reglas" (*ni los compases*).



Mediante la papiroflexia tenemos varias formas de conseguir un heptágono. Una solución cuasiperfecta (y "sencilla") la explica D. Jesús de la Peña en su libro Matemáticas y Papiroflexia de la AEP (Asociación Española de Papiroflexia) en el 2001.

Después de obtener el heptágono pudimos comprobar, utilizando conceptos trigonométricos explicados durante el curso, que el error entre el ángulo central real del heptágono y el obtenido mediante estos pliegues era inferior al 0,1%.

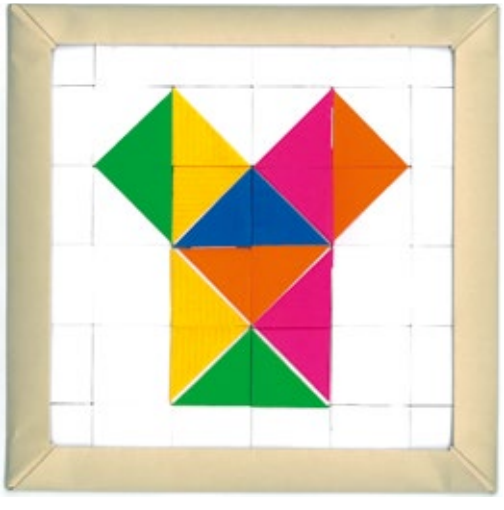
Construcciones modulares

D. Antonio Vidal Pérez plegador, diagramador y amigo con el que comparto diferentes actividades origamistas desde hace algunos años, en febrero de 2011 diseñó un módulo papirofléxico sencillo a la vez que original que lo denominó **módulo 4 de 2x1.**

En vista de la practicidad de dicho módulo le propuse que le diésemos una utilidad pedagógica a su creación y entre los dos pensamos aplicaciones didácticas del mismo a las matemáticas como por ejemplo en el teorema de Pitágoras. Después de varios intentos pudimos comprobar que el módulo de Antonio era mucho más manejable que el Sonobé y procedí a llevar al aula este modelo papirofléxico de Antonio para construir otro tipo de proyectos. Para obtener este nuevo módulo se partirá de un papel cuadrado que cortaremos en 2 rectángulos iguales de proporciones 2x1 en los que la altura será el doble de la base.

Las siguientes demostraciones papirofléxicas del teorema de Pitágoras las presentamos sobre mosaicos construidos con unos 700 módulos 4 de 2x1.

Demostración del teorema de Pitágoras sobre triángulo rectángulo isósceles:



Como se puede ver en la construcción, la suma de las áreas de los 2 cuadrados construidos sobre los catetos del triángulo rectángulo isósceles de color azul del centro es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa (*solo tenemos que fijarnos en las zonas coloreadas de los 3 cuadrados y ver que cumplen el teorema*).

Demostración del teorema de Pitágoras sobre triángulo rectángulo escaleno:

Marco 1: Tenemos un triángulo rectángulo escaleno de color rosa de dimensiones 2x1 dentro de un cuadrado blanco cuyo lado es la suma de los catetos del triángulo.

Marco 2: En el interior del cuadrado azul hay un cuadrado blanco rodeado de 4 triángulos rectángulos amarillos iguales, cuyo lado es de la misma longitud que las hipotenusas de los triángulos amarillos (que son iguales al de color rosa del marco 1).

Marco 3: En el interior del cuadrado rosa también hay los mismos 4 triángulos rectángulos amarillos que en el marco 2 y también tenemos 2 cuadrados blancos construidos sobre los catetos de los triángulos amarillos.

Por tanto, concluimos que la suma las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos es igual al área del cuadrado construido sobre la hipotenusa.

Veámoslo:

Las áreas interiores de los cuadrados azul marino y rosa son iguales a 9 u2 (marcos 2 y 3).

Como dentro del cuadrado azul hay 1 cuadrado blanco y 4 triángulos amarillos, y dentro del cuadrado rosa hay 2 cuadrados blancos y los mismos 4 triángulos amarillos; entonces, podemos concluir, una vez eliminados esos 4 triángulos amarillos, que:

El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa del triángulo rectángulo amarillo es igual a las sumas de las áreas de los cuadrados construidos sobre los lados del mismo triángulo amarillo. Quedando así demostrado el teorema de Pitágoras.

También podemos aprovechar esta construcción modular papirofléxica para explicar el desarrollo del siguiente producto notable:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Veámoslo:

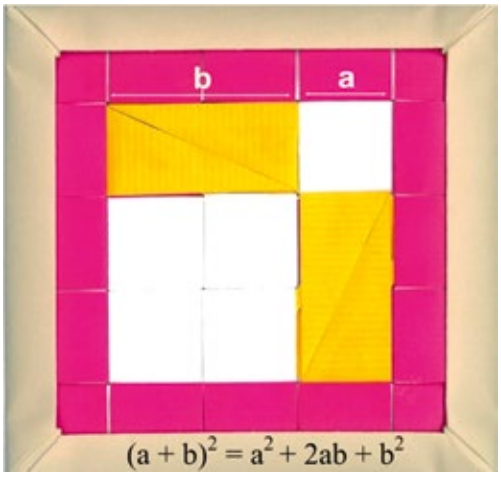
Área del cuadrado: $(a + b)^2$. En su interior hay:

2 cuadrados blancos de áreas:
a^2 y b^2 respectivamente.

2 rectángulos amarillos de áreas: $2 \cdot a \cdot b$
Por tanto, hemos demostrado la igualdad.

Es recomendable insistir en el aula en esta demostración pues el alumnado tiende a realizar esta operación:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2$$

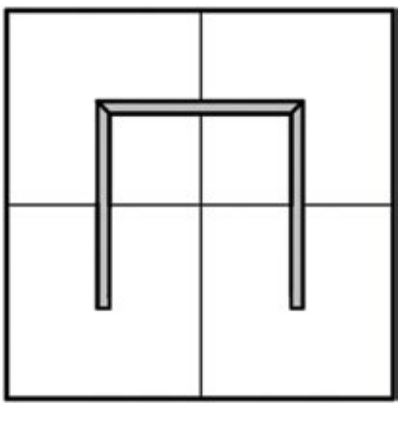


"Monstruos Geométricos"

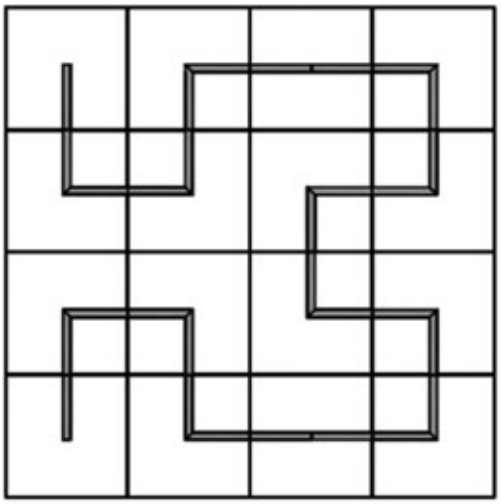
Otras de las aplicaciones didácticas que fueron "saliendo" con los **módulos 4 de 2x1** fue el fractal: "La curva de Hilbert" la cual nos permite explicar en el aula los procesos iterativos infinitos y analizar las propiedades de esta curva.

La curva de Hilbert es una curva fractal continua que recubre una región del plano descrita por el matemático alemán David Hilbert en 1891 que tiene la peculiaridad de ser una línea de dimensión 2.

La curva de Hilbert se genera en un cuadrado que se ha dividido en otros cuatro, cuyos centros se unen con una línea continua. La segunda iteración se consigue dividiendo cada uno de esos cuatro cuadrados en otros cuatro y uniendo sus centros del mismo modo que en el caso anterior.



Iteración 1
CURVA DE HILBERT



Iteración 2
CURVA DE HILBERT

Otra curva "original" es la que creó el matemático Helge von Koch en 1904: "copo de nieve". Partimos de un triángulo equilátero de lado unidad. Dividimos cada lado en tres partes iguales. Sustituimos el segmento central de cada lado por dos segmentos de tamaño idéntico al lado sustituido para formar un nuevo triángulo equilátero pero sin la "base". Repetimos este proceso infinitas y lo que obtendremos es una línea de longitud infinita que encierra un área finita.

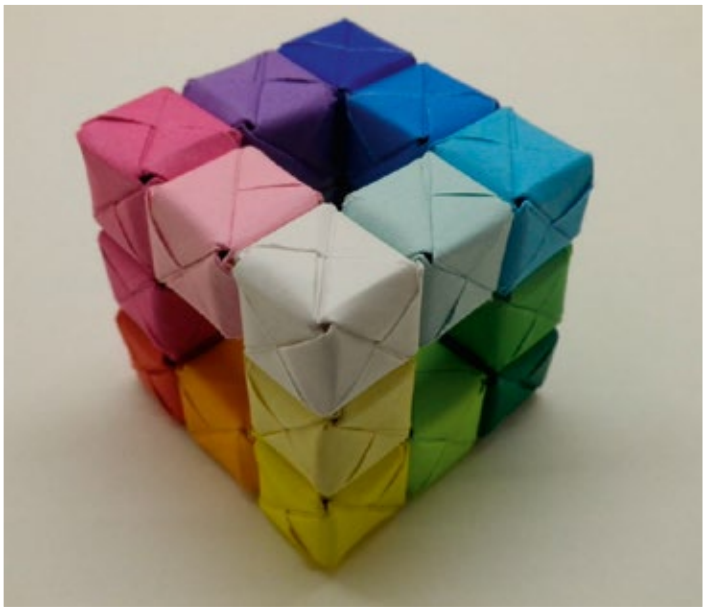
Esta curva fue una de las primeras que ha construido, con papiroflexia modular, mi alumnado con dificultades de aprendizaje.

Hoy en día este tipo de curvas se incluyen dentro de un tipo de objetos/monstruos matemáticos llamados **fractales**. Objetos que se obtienen mediante un proceso geométrico iterativo infinito. Podemos encontrar fractales en la distribución de galaxias, en procesos de ramificación, en fenómenos económicos, etc.

También podemos construir fractales en 3 dimensiones utilizando módulos Sonobé como:

La curva de Hilbert con 511 módulos.

Esponjas de Menger niveles 1, 2 y 3. Se utilizaron 72, 1.056 y 18.000 módulos, respectivamente. Esta última construida por un grupo de 80 estudiantes durante 2 meses y acabada en febrero de 2007.



Dentro del aula de matemáticas presentar al alumnado los procesos iterativos infinitos a través de la papiroflexia facilita la visualización de los mismos y aporta un enfoque más atractivo de la materia.

Papiroflexia recreativa: puzles, juegos...

El juego es una forma estimulante para aprender contenidos matemáticos en donde se trabaja, entre otros, la visualización espacial y la perseverancia a la hora de resolver un problema.

CUBO SOMA

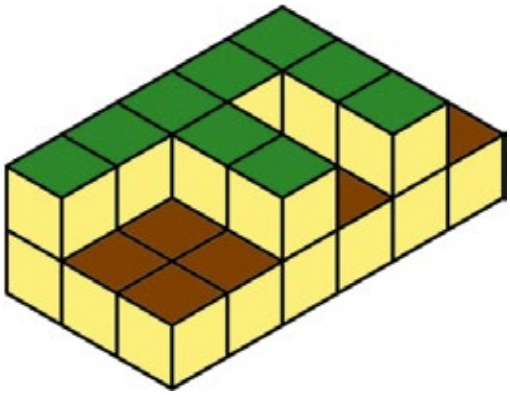
El cubo Soma es un puzle creado en 1936 por Piet Hein. Para construirlo se van a necesitar 122 módulos Sonobé.

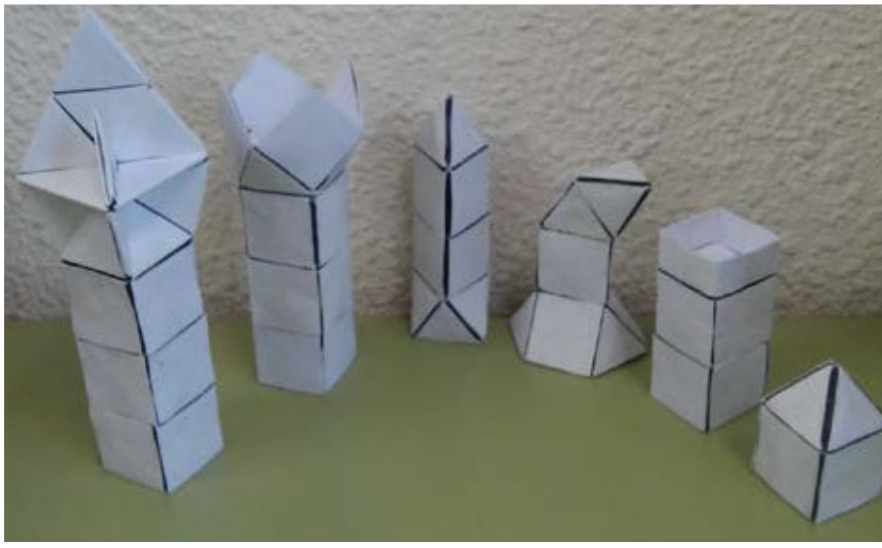
A la hora de ensamblar tantos módulos el alumnado mejorará su destreza manual fina para que el puzle quede lo más estético posible. Con estas 7 piezas se pueden resolver retos como construir figuras, letras (como la F del dibujo) e incluso números.

Una actividad creativa que propongo al alumnado es obtener la letra π y sus cifras decimales (para la foto hemos utilizado 4 cubos Somas, uno para cada elemento):

Geometría ajedrecística

Hemos construido las 6 piezas de un juego de ajedrez con papiroflexia modular uniendo módulos cuadrados (en la parte superior de la torre aparece medio cuadrado) y módulos de triángulo equilátero.





Con estas piezas podemos trabajar aspectos geométricos como:

a. Indica en qué figura(s) aparecen los siguientes ángulos de: 45º, 60º, 90º, 120º, 180º, 105º = 60º + 45º, 150º = 90º + 60º…

b. Comprueba en el peón la fórmula de Euler:- caras + vértices = aristas + 2

c. Calcula el área del hexágono que hay en la base del caballo.

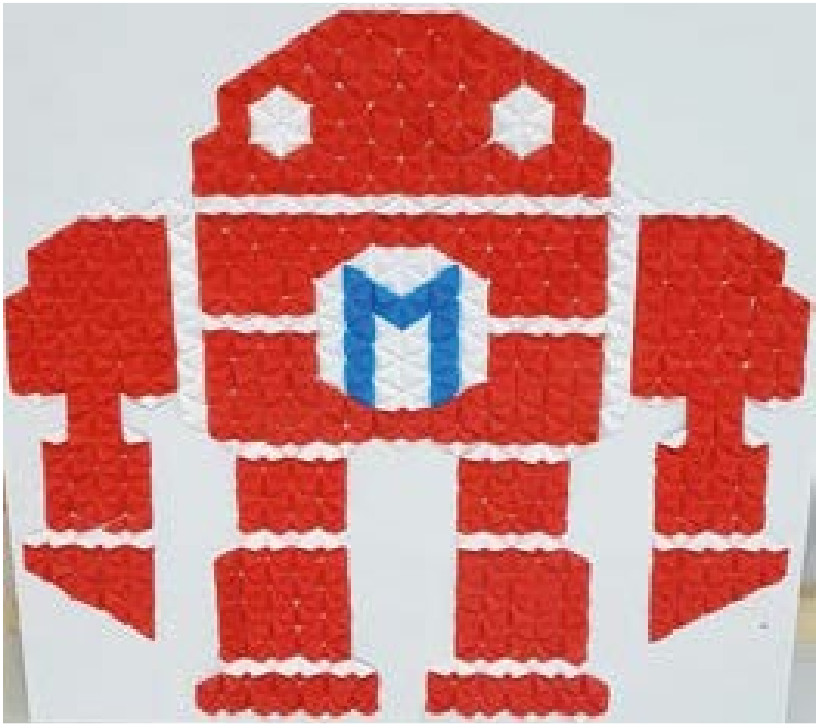
d. Escribe los nombres de los poliedros regulares. Localiza y nombra todos los poliedros que aparecen en las 6 figuras de ajedrez.

Lámpara (de cubo truncado)

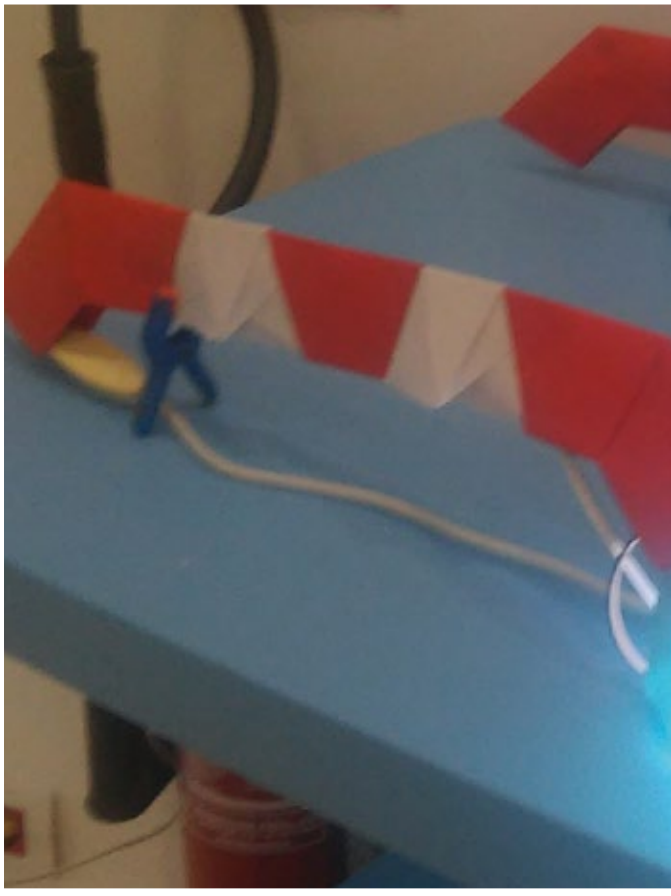
GAFAS LED (con módulo tortuga)

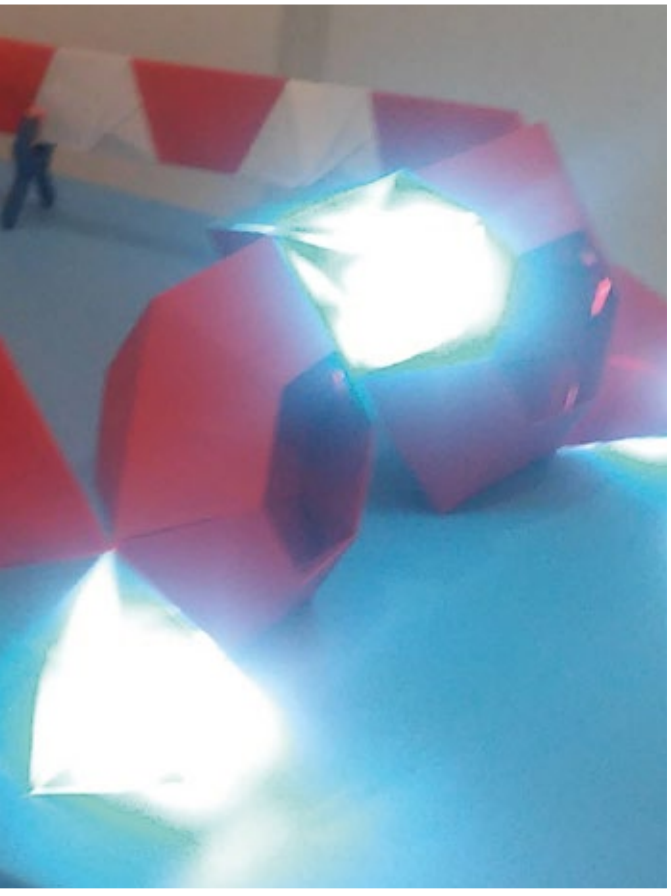
Sugerencias de papiroflexia modular matemática

Si queremos estimular la creatividad con la papiroflexia modular podemos combinarla con la electricidad y convertirse en Makers con proyectos como:



Logotipo Maker Faire (con bipirámides)





El profesorado, desde su asignatura, puede establecer una red de vinculaciones educativas todo lo extensa que considere oportuno. Cada uno de estos "nudos" de la red también tiene sus propias vinculaciones dotando a todo el conjunto de una estructura fractal relacional.

Si como docentes somos capaces de establecer los máximos "puentes" entre las diferentes partes implicadas, estamos facilitando la integración del alumnado en la sociedad adulta mediante una diversificación y graduación de objetivos factibles e individualizados y adecuando los criterios de evaluación a esta heterogeneidad en el aula para que el alumnado no se sienta excluido de este proceso de enseñanza-aprendizaje.

Si el docente amplía su mirada, con la intención de detectar las fortalezas de su alumnado y ponerlas al servicio del grupo-clase para enriquecerlo y cohesionarlo, conseguirá favorecer el desarrollo de habilidades sociales en su alumnado creando un ambiente de aprendizaje significativo y muy estimulante. RM

Llevamos tu colegio a otro nivel

¿Aceptas el reto?

1. Diagnosticamos

Por medio de focus groups, encuestas, análisis DOFA, mapas de empatía y con nuestros profesionales, diagnosticamos y definimos una estrategia personalizada para posicionar tu colegio.

SANTILLANA 360°

2. Posicionamos

A través del MARKETING EDUCATIVO, fortalecemos los diferenciadores de tu colegio para fidelizar y captar las familias mediante la implementación de un plan de marketing, que permitirá la gestión adecuada del ecosistema digital, Open House y experiencia de cliente.

3. Proyectamos

Visibilizamos la oferta educativa del colegio al brindar soluciones adaptadas a los cambios sociales, tecnológicos y profesionales que demanda el mundo actual, asegurando el desarrollo de las habilidades 21.

4. Innovamos

Brindamos consultorías en liderazgo, gestión del cambio, coaching, neuroeducación, rediseño curricular y metodologías activas para potencializar el proyecto educativo de tu institución.

Solicita información

marketingeducativoco@santillana.com

La clave para aprender es... comprender

Javier Estebaranz

Estudiante de doctorado en Comunicación Audiovisual en UPV-EHU. Diplomado en Estudios Avanzados y Apto para la Suficiencia Investigadora. Máster en Nuevas Tecnologías de la Información y de la Comunicación por la UNED. Especialista en Internet y sus aplicaciones en la empresa por la UNED. Licenciado en Comunicación Audiovisual por la Universidad Complutense de Madrid. Creador de su propio canal en Youtube: FiQuimates con el modelo Flipped Classroom con 12,731 suscriptores.

La metodología cambia, en parte por la innovación constante en la que estamos inmersos alumnos y docentes, y en parte por la necesidad que tenemos los docentes de llegar a nuestros alumnos, que viven en la sociedad de "lo inmediato" y del "aquí y ahora".

Los docentes nos hemos convertido en guías en el aprendizaje de nuestros alumnos, hemos dejado de ser los cimientos de su formación. Ya no basta con saber enseñar, que dicho así parece fácil, sobre todo para aquellos que nunca lo han tenido que hacer, sino saber llegar a cada uno de nuestros alumnos, cada uno con su ritmo, facilidades y dificultades para captar los mensajes que les lanzamos y que esperamos que se conviertan en conocimiento.

Una de las áreas en las que se percibe lo anterior en una gran medida son las áreas de Ciencias, especialmente las matemáticas, por eso me duele cuando personas reputadas en campos tales como la literatura o el derecho presumen de ser un desastre en matemáticas. No están haciendo ningún favor ni a las matemáticas ni a la sociedad.

Las matemáticas es una asignatura que lleva unido una gran parte de su éxito o fracaso tanto a los estudiantes, como al docente que imparte la materia. Pero esto está cambiando, ya que los alumnos ahora pueden tener a su profesor presencial en su clase ordinaria, y compararlo, completar sus explicaciones o ampliar los ejercicios con otros muchos profesores en la nube, que de forma totalmente

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/la-clave-para-aprender-es-comprender/

desinteresada en la mayoría de los casos ofrecen sus conocimientos al público más exigente que existe: los adolescentes, y ya sabemos que es un público bien exigente, nuestros alumnos emplean como máximo 20 segundos para decidir si el video que están viendo es de su interés.

Hoy, nuestros estudiantes tienen a sus profesores preferidos en YouTube, ya que allí pueden buscar e ir probando hasta encontrar lo que buscan, cosa que no pueden hacer con el profesor que imparte la materia en el aula de su colegio, instituto o universidad.

En mi caso, llevo seis años utilizando la metodología *Flipped Classroom* en las áreas que imparto: matemáticas, física y química en estudiantes de 12 a 18 años, y mi vida como docente en el aula ha dado un cambio positivo muy importante, como explicaré a continuación.

Existen metodologías como el trabajo cooperativo y los proyectos de comprensión que han venido para quedarse y así está ocurriendo en la mayoría de los centros. Son metodologías basadas en el trabajo en el aula de los alumnos con conocimientos que en ocasiones, los profesores no encontramos el momento para impartir. Sobre todo en matemáticas, donde la concentración y la abstracción son en ocasiones incompatibles con el ritmo impuesto en las aulas. Ahí es donde la metodología FC tiene su mayor ventaja. Los alumnos desde sus casas y al ritmo que ellos decidan, pueden adquirir los conocimientos, para después, con su profesor y sus compañeros de aula trabajar esos conceptos con ejercicios y problemas, plantear sus dudas, reflexionar sobre los conceptos y su aplicación. Para ello es necesario contar con un material de videos matemáticos de calidad, que el profesor previamente habrá tenido que visualizar para asegurarse de que son fiables, adecuados y correctos en cuanto al contenido y a la factura visual. No, no disminuye el trabajo del profesor, simplemente cambia, al igual que el de los alumnos. En ocasiones, inmerso en el trabajo que ello supone, me he planteado lo bueno que sería que las grandes editoriales apostaran por este formato de forma decidida, pues la garantía de contar con un producto idóneo y completo simplificaría la vida de profesores y alumnos.

Las ventajas de la utilización de FC en matemáticas son muchas. No es necesario que sea una metodología exclusiva, sino que es totalmente compatible con cualquier otra, incluida las charlas magistrales, ya que sí, en el FC hay sitio para las clases magistrales, que desde mi punto de vista siguen siendo imprescindibles en la enseñanza de las matemáticas.

FC no es mandar que los alumnos vean un video de matemáticas y ya está. FC es mucho más; es que el alumno decida cuándo y dónde (y en ocasiones con quién) quiere recibir la lección de matemáticas correspondiente. Entramos en el aula dispuestos a dar el 100% pero nos podemos encontrar unos alumnos cansados o desmotivados que no se encuentran en las condiciones óptimas de recibir la clase que llevamos preparada. FC nos permite que el alumno reciba esos conocimientos ese mismo día en su casa cuando se encuentre preparado para ello, pudiendo repetir tantas veces como quiera o necesite la explicación; de esta forma podemos centrarnos a través de ejercicios prácticos o de problemas en cumplir con los extensos temarios de matemáticas.También nos permite preparar al alumno, de manera que venga a clase con los conocimientos previos necesarios para enfrentarse a una explicación por parte del profesor. Se sustituye así la típica frase de “para mañana lean las páginas 56 y 57” por “vean el video sobre el teorema de Tales”.

El alumno también gana en seguridad y autoconfianza, ya que no siente la sensación de fracaso por no entender una explicación al ritmo de sus compañeros; sabe, y eso le tranquiliza, que tiene la lección disponible las veces que lo necesite para asegurarse de que lo ha entendido. Pero no hay que olvidar, que cuando todo falla, ahí estamos nosotros en el aula, sus profesores, para aclarar las dudas y solucionar sus problemas. La herramienta más importante en el uso de FC en matemáticas no es el video, es el profesor, al que los alumnos recurren cuando no entienden algo tras indagar, investigar y utilizar distintos métodos: ahí siempre, al principio o al final del proceso, nos encontramos los docentes.

Normalmente, cuando explicamos algo en matemáticas, mandamos ejercicios para que los alumnos los realicen en sus casas para afianzar los conocimientos adquiridos. En numerosas ocasiones el alumno siente frustración cuando intenta hacer esos ejercicios que creía haber entendido en clase y de repente no sabe cómo enfrentarse a ellos. En estos momentos que para el estudiante pueden ser de tensión, o incluso de frustración, el tener un ejemplo en un video que le recuerde los pasos imprescindibles para estudiar la continuidad de una función, el cómo factorizar un polinomio, el método para resolver una ecuación trigonométrica, o tantos y tantos ejemplos (que pueden tender a infinito) que se nos pueden ocurrir a los profesores de matemáticas, van seguro a ayudarle en el momento que más lo necesita..

Otro efecto del FC en matemáticas, y debo reconocer que me ha sorprendido, es la gran aceptación que tiene en las familias de los alumnos. En muchas ocasiones, los padres empiezan a ver rentable la inversión realizada en el ordenador cuando sus hijos están viendo videos de matemáticas en lugar de utilizarlo para otras cosas más propias de los adolescentes. E incluso
son muchos los padres que me dicen lo bien que les vienen los videos para verlos ellos y así recordar o aprender los conocimientos que quieren trabajar con sus hijos y de esa forma, ayudarles con las tareas (tema muy controvertido que daría lugar a otro artículo).

La capacidad que tienen nuestros estudiantes para utilizar los dispositivos multimedia es infinita, la mayoría de ellos tienen un potente celular, a lo que hay que añadir que es una generación “multi-tarea” en lo que a estos dispositivos se refiere. Son capaces de escuchar música, responder mensajes, grabar un video, actualizar sus redes sociales, navegar por Internet, comprar/vender algo, y sin embargo nunca cogen el teléfono cuando sus padres les llaman… como profesor y padre me encantaría que esa capacidad también la aplicasen en otros ámbitos. Pues bien, debemos utilizar el video educativo como una herramienta más, que los alumnos trabajen con este material con total naturalidad, cosa que ocurre desde el primer instante cuando se utiliza FC en matemáticas. No podemos quedarnos atrás, nuestros alumnos, y por ende la sociedad nos marcan un ritmo que nosotros, los docentes, debemos seguir, por el bien de nuestros alumnos.

Sin duda deberemos tener en cuenta que nos vamos a encontrar diferentes situaciones socio-económicas que pueden complicar el acceso a dispositivos y conexión a Internet, y esto significa brechas de conocimiento que debemos evaluar antes de empezar a utilizar esta metodología. Afortunadamente, el acceso a Internet se está haciendo mayoritario, aunque todavía seguro que quedan excepciones. En estos casos se puede sugerir que los alumnos utilicen espacios públicos, como bibliotecas, en los que puedan disponer de un ordenador y una conexión a Internet, y en el caso que no sea

posible, el uso de FC no sería aconsejable. Lo que nunca aconsejaría es el visionado del video en clase. El video nunca puede sustituir al profesor cuando este se encuentra presente.

Ahora que he expuesto los beneficios y distintos usos que podemos hacer del FC en matemáticas, hay que pensar el cómo llevarlo a cabo. Para ello podemos utilizar todo el material que está disponible en la Red o crear nuestro propio material.

Las dos opciones tienen ventajas e inconvenientes... y muchas horas de trabajo.

En mi caso empecé viendo muchos videos en YouTube de distintos profesores que pudiesen encajar con la materia que estoy impartiendo, lo que me llevaba un gran desgaste en horas de trabajo no siempre productivo, hasta que me lancé a grabar mis propios videos de Física, Química y Matemáticas que aconsejado por mis propios alumnos subí a mi propio canal, en vez de utilizar el correo electrónico, Google classroom o Drive. Tuve que aprender, viendo videos y preguntando a mis hijos y a mis alumnos a grabar, editar, iluminar adecuadamente, a controlar YouTube… Ahora casi me puedo considerar un experto en la materia.

Así nació el canal FIQUIMATES en YouTube, con una docena de videos de lo que yo pensaba que era más representativo. Y ahora ya he grabado más de seiscientos videos (y sigo, nada me para) de las materias y cursos que imparto (Física, Química y Matemáticas a alumnos de 12 a 18 años). Debo reconocer que ha sido un largo camino, que empieza con el primer video, su edición y su subida al canal, pero es un trabajo que ya está hecho y que es reutilizable en infinitas ocasiones, ya que las metodologías, los alumnos, los temarios y los profesores pueden variar, pero las matemáticas… permanecen constantes, incluso cuando el tiempo crece, salvo que de vez en cuando nos encontremos con algún nuevo teorema que puede alcanzar la categoría de máximo relativo o incluso de máximo absoluto.

Tengo el mejor trabajo del mundo, que puedo desarrollar presencialmente con mis alumnos, y a través de YouTube con otros alumnos que han decidido elegirme a mí para entender un determinado problema o concepto, lo que supone una enorme satisfacción a la vez que una gran responsabilidad.

Ahora, FIQUIMATES ha traspasado las fronteras, y además de mis propios alumnos y de los hijos de mis amigos, también me ven miles de estudiantes de todo el mundo. Al canal cada día llegan comentarios sobre los videos y dudas de estudiantes que yo no conozco, que intento resolver, lo que me anima a seguir en esta tarea. No es una tarea fácil, pero sí es una tarea muy gratificante, que a mí me gusta resumir con la siguiente frase “La clave para aprender es… COMPRENDER”. **RM**

David Dockterman

Profesor en el área de Educación de la Universidad de Harvard, donde pretende convertir la investigación en una práctica efectiva e innovadora. Ha guiado el desarrollo de programas de software. Ha sido asesor clave para el desarrollo de MATH 180 y READ 180 Universal. Es miembro de la Junta Editorial de la revista "Science of Learning".

El entendimiento **matemático**

En materia de aprendizaje profundo de matemáticas (o de casi cualquier otro tema), la confusión puede ser útil. Yo sé que esta misma afirmación puede resultar confusa para algunas personas. Después de todo, *confusión* suena como lo opuesto de *claridad,* que es normalmente el objetivo de la educación. Los maestros buscan que los alumnos tengan habilidades y conocimientos perfectamente claros. Se les presenta un problema o una pregunta y ellos proveen respuestas correctas. Sin embargo, el viaje hacia la claridad se puede facilitar por medio de brotes productivos de confusión en el camino.

En este trabajo, presentaré un muy breve repaso de las definiciones del entendimiento matemático, principalmente en cuanto a sus diferencias de las competencias procedimentales o el aprendizaje mecánico. Luego, proporcionaré ejemplos de las dificultades que pueden surgir cuando los maestros o los materiales didácticos simplifican los conceptos matemáticos abstractos con el fin de hacerlos más accesibles y claros para los niños. Para finalizar, propondré algunas maneras de usar materiales manipulativos, la conversación y la confusión constructiva como mecanismos para fomentar un proceso de aprendizaje profundo en las clases de matemáticas.

¿Qué es el entendimiento?

Piense en esta ecuación: a + b = c. ¿Qué significado tiene para usted? ¿Qué podrían representar estos símbolos? Quizás *a* simboliza el número de videojuegos que yo tengo y *b* es el número de videojuegos que usted tiene. Entonces c sería el número de videojuegos que tenemos en total. O *a* podría ser el número de goles que anoté antes del partido de hoy y *b*, el número de goles que anoté hoy. Aquí, *c* sería el número de goles que he anotado hasta el momento. Pero tal vez *b* sea el número de goles que creo que anotaré en el partido de mañana. O *c* podría ser el número total de goles que quiero anotar esta temporada. En este caso, *b* sería el número total de goles que me hacen falta para llegar a mi meta. Me mareo de solo imaginar todas las posibilidades.

Incluso puede que *a*, *b* y *c* ni siquiera sean la misma cosa. Por ejemplo, *a* podría ser un número de

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/el-entendimiento-matematico/

manzanas y *b*, un número de bananos. Entonces *c* es el número total de manzanas y bananos juntos que pueden agruparse como frutas. Siempre sumamos cosas distintas: paletas + chocolates = dulces; ovejas + vacas = ganado; gatos + perros = mascotas; hombres + mujeres = personas. Hay un sinfín de posibilidades.

Todo lo mencionado hasta ahora implica cantidades discretas, objetos individuales que se pueden contar. ¿Qué pasa con algo como el agua o el tiempo? El agua es una sustancia continua, como la arena, la leche o el chocolate derretido. Se pueden "contar" en gotas o granos, pero generalmente se miden en unidades arbitrarias. Podrían ser cubetas de agua o kilos de arena. Y el tiempo ni siquiera es un objeto físico. ¿Qué sentido tendría sumar cubetas de chocolate líquido y minutos? a + b = c podría ser cualquier cosa, pero esto no significa que todas las opciones sean lógicas.

Si remplazamos las letras con números, como 8 + 3 = 11, la situación difícilmente se vuelve más concreta. ¿8 qué? Aunque sea cierto que 8 de algo más 3 de algo es igual a 11 de algo, ¿quién combinaría 8 motos y 3 planetas? ¿Y 8 minutos más 3 segundos? 8 + 3 es 11, pero 8 minutos + 3 segundos no suma 11 de nada.

Los símbolos en las matemáticas son sorprendentemente versátiles y abstractos. Y, sin embargo, de alguna manera esperamos que los estudiantes entiendan lo que significan y cómo funcionan. Comparemos el a, b, c de matemáticas con el a, b, c de la lectura. En la lectura, cada letra representa un sonido específico. En ciertas circunstancias, algunas letras pueden tener un sonido diferente, pero las opciones son muy limitadas. La letra t en el idioma español produce el mismo sonido al decir *tangente, triple y tierra*. No cambia. Esa misma letra *t* en matemáticas, por otro lado, es algo completamente distinto. Aunque muchas veces se utilice para representar tiempo, no sabemos cuánto tiempo ni en qué unidades. Podrían ser 3 segundos o 4 billones de años.

Las matemáticas están llenas de representaciones abstractas. Lograr que los estudiantes entiendan los símbolos y conceptos matemáticos siempre ha sido un reto (National Research Council, 2005)[1]. Incluso llegar a un acuerdo sobre la definición de *entendimiento* ha sido difícil (vea las quejas del matemático Kevin Devlin, por ejemplo, 2007) [2]. ¿El entendimiento se trata de explicar por qué un procedimiento funciona, saber cuándo y cómo aplicar un procedimiento, o tener la habilidad de comprender las operaciones matemáticas en contexto? Los Estándares Básicos Comunes de los Estados Unidos para Matemáticas sugieren lo siguiente:

Pero ¿qué es realmente el entendimiento matemático? Una característica distintiva es la habilidad de justificar, según la madurez matemática del estudiante, por qué una proposición es verdadera o de dónde viene una regla. Hay un mundo de diferencia entre un estudiante que puede usar una regla mnemotécnica para expandir, por ejemplo, (a + b)(x + y) y un estudiante que tiene la capacidad de explicar de dónde viene la mnemotécnica. El estudiante que puede explicar de dónde viene la regla entiende las matemáticas y puede tener mayor probabilidad de resolver exitosamente una tarea menos común, como expandir (a + b + c)(x + y). El entendimiento matemático y las habilidades procedimentales son igualmente importantes, y ambas pueden evaluarse a través de tareas matemáticas lo suficientemente robustas (Common Core State Standards Initiative for Mathematics, 2010, p. 4) [3].

Como suele ocurrir, la descripción del entendimiento recae en una yuxtaposición del conocimiento y las competencias procedimentales. Incluso si los maestros logran que los niños recuerden información y sigan reglas, el entendimiento requiere que los estudiantes comprendan lo que esa información significa y por qué esas reglas funcionan. El entendimiento también enriquece la transferencia, la habilidad del estudiante de discernir cuándo un procedimiento se puede aplicar a una tarea o situación novedosa.

Para el propósito de este trabajo, el entendimiento incluye todo lo anterior. Un estudiante que entien-

1 National Research Council. 2005. How Students Learn: Mathematics in the Classroom. Washington, DC: The National Academies Press. https://doi.org/10.17226/11101.

2 Devlin, K. (2007). What is conceptual understanding? Publicación en línea en Devlin's Angle. https://www.maa.org/external_archive/devlin/devlin_09_07.html.

3 National Governors Association Center for Best Practices, & Council of Chief State School Officers. (2010). Common Core State Standards for mathematics: introduction. Recuperado de: https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Common_Core_State_Standards/Math_Standards.pdf

4 Maria Montessori, The Absorbent Mind, trans. Claude A. Claremont (New York: Dell Publishing, 1967.

5 Bruner JS. The course of cognitive growth. American Psychologist. 1964;19(1):1-15. doi:10.1037/h0044160.

6 Leong, Y. H., Ho, W. K. y Cheng, L. P. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. The Mathematics Educator, 16(1), 1-18. Recuperado de http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV16_1/TME16_1.pdf

7 Fuson, K. C. (1988). Children's Counting and Concepts of Number. New York: Springer-Verlag.

8 Bender, Andrea y Beller, Sieghard. (2012). Nature and Culture of Finger Counting: Diversity and Representational Effects of an Embodied Cognitive Tool. Cognition,124(2), 156-182.

de a + b = c tiene una creciente biblioteca mental de ejemplos de lo que esa ecuación puede significar. Esa biblioteca puede iniciar con los ejemplos de números enteros positivos que mencioné antes e incorporar un poco de sensatez para cuestionar la suma de planetas con motos o rebatir que 11 sea la respuesta de la combinación de 8 minutos y 3 segundos. El entendimiento se profundiza y expande con fracciones y números negativos. Agregar pérdidas y ganancias quiere decir que a veces *c* puede ser menor que *a*. Entender las relaciones aditivas en a + b = c capacita a los estudiantes para aplicar la flexibilidad operacional a problemas de valor faltante y situaciones de sumas desconocidas. El aprendizaje profundo de matemáticas es rico. ¿Por qué parece ser tan difícil?

Dificultades para el entendimiento

En los años 60, la reformadora de la educación María Montessori y el psicólogo Jerome Bruner resaltaron la conexión entre la mente y el cuerpo. Para Montessori, observar a un niño hacía «obvio que el desarrollo de su mente se produce con sus movimientos». Para ella, «la mente y el movimiento van de la mano» (Montessori, 1967) [4], y sus escuelas incorporaron esta relación a sus métodos de enseñanza. Bruner, desde su posición académica, propuso que el entendimiento conceptual de los niños progresaba de una representación «enactiva» a «icónica» a «simbólica» (Bruner, 1964) [5]. Para explicar, usaba el ejemplo de un bebé que mueve un sonajero. La acción de mover el juguete crea un sonido que es asociado estrechamente con el sonajero. Cuando al bebé se le cae el juguete de la cuna, él mueve y abre su mano para saber si el sonido sigue ahí. Eventualmente, la imagen del juguete se vuelve suficiente para representar la acción de mover y crear sonido. Más adelante, la palabra *sonajero* se vuelve una representación simbólica de cualquier juguete que hace ruido cuando lo mueven.

Montessori y Bruner especularon que, para un niño, el entendimiento del mundo proviene de su interacción con este. Bruner trazó una progresión que transforma esas experiencias enactivas iniciales a entendimiento conceptual. El desarrollo del entendimiento de los números en niños es uno de los ejemplos más comunes de la aplicación teórica de la progresión enactiva-icónica-simbólica de Bruner, renombrada metodología concreta-pictórica-simbólica por educadores de matemáticas (Leong, Ho y Cheng, 2015) [6]. Los niños empiezan por contar objetos reales, moviéndolos con sus manos mientras los cuentan en voz alta. El proceso se vuelve un poco más abstracto cuando los objetos reales son remplazados por materiales manipulativos pictóricos (o íconos, en el lenguaje original de Bruner). En lugar de manipular físicamente patitos de juguete, por ejemplo, el niño puede contar con sus dedos (Fuson, 1988) [7]. Un dedo representa 1 patito. Ese mismo dedo podría representar 1 uva o 1 segundo o 1 año. Cuando un niño levanta cuatro dedos para indicar que tiene 4 años, está demostrando la etapa de representación icónica de Bruner. La interacción con un objeto real es remplazada con un objeto icónico, ya sea un dedo, una ficha o una línea, que podría representar cualquier objeto, no solo el que se está contando. La representación se vuelve completamente abstracta cuando el símbolo 4 se reconoce como una representación de cuatro objetos. No hay una correspondencia uno a uno entre el número 4 y la cantidad cuatro, como sucede con 4 dedos o 4 líneas.

Esta progresión de lo concreto a lo abstracto, ya sea en cuestión de número o de otros conceptos matemáticos, no es automática. Por ejemplo, los investigadores han descubierto que la manera de contar con los dedos varía según la cultura (Bender & Beller, 2012) [8]. En algunas culturas, se empieza a contar con la mano izquierda, en otras, con la derecha. Con qué dedo se comience a contar (índice, meñique o pulgar, por ejemplo) también varía según la cultura. Entre niños ciegos, contar con los

dedos es menos definido (Crollen, et. ál., 2011) [9]. Estudios de neurociencias sugieren que la forma de contar con los dedos puede influir en la manera en que el cerebro procesa los números (Berteletti y Booth, 2016; Tschentscher, 2012) [10], y que este efecto perdura hasta la adultez (Hohol, et. ál., 2018) [11]. El uso de los dedos o cualquier otro ícono como medio para asistir en la transición de experiencias concretas a entendimiento conceptual tiene que ser meditado e intencional. Si no, el entendimiento matemático se puede descarrilar en el camino.

Deborah Ball, una educadora e investigadora de matemáticas, advirtió en 1992 acerca de la «ilusión mágica» de que con solo poner materiales manipulativos (como se conoce a las representaciones icónicas en la educación matemática) en las manos de los niños, esto automáticamente conduciría al entendimiento conceptual (Ball, 1992) [12]. A Ball le preocupaba que los objetos representativos se usaran en formas procedimentales que en realidad debilitaran el objetivo previsto del entendimiento conceptual y que los maestros, cuyo entendimiento conceptual también fuera deficiente, no supieran cómo aprovechar estos objetos plenamente. Es probable que Ball tuviera razón al preocuparse.

Piense en materiales manipulativos que se usan con frecuencia para el entendimiento de las fracciones. Un diagrama circular tiene por objeto representar una *pizza* o algún tipo de pastel con el que los niños hayan tenido experiencias concretas. No obstante, esas experiencias concretas, de la vida real, pocas veces son tan claras como el material manipulativo. Los diagramas circulares están pre-cortados en pedazos iguales. Los pasteles reales, al menos los que yo como, casi nunca lo están. «Cuando los niños utilizan materiales manipulativos moldeados anticipadamente para representar fracciones, puede que no se den cuenta de la relevancia de que los pedazos sean del mismo tamaño» (Empson, 1995) [13]. En este caso, el nivel pictórico no refleja la acción de cortar pedazos de tamaños iguales. Ese paso ya está hecho. Con esto, se elimina el puente a la abstracción de que un símbolo de fracción como 1/6 signifique 1 de 6 partes *iguales*.

El uso excesivo del diagrama circular también puede llevar a una abstracción que presenta dificultades para evolucionar con el sistema numérico. Por ejemplo, los estudiantes pueden llegar a "entender" que las fracciones siempre son menores que 1, un error común que impide el reconocimiento de las fracciones como números que pueden existir en cualquier parte de la recta numérica (Niemi, 1996) [14]. Una representación o modelo que vincule lo concreto con lo simbólico puede funcionar para un período de educación matemática (como para números enteros o fracciones simples), pero ser insuficiente para educación posterior que presente otras formas numéricas (como fracciones mixtas o números negativos).

El entendimiento evoluciona cuando los estudiantes van incorporando nuevos conocimientos a sus redes existentes de entendimiento (National Research Council, 2005) [15]. En ocasiones, cuando los maestros intentan facilitar el contenido que están enseñando a sus estudiantes por medio de modelos y reglas simplificadas, puede que en realidad los estén predisponiendo a tener mayores dificultades en el futuro con contenidos más avanzados. Es verdad, por ejemplo, que los números enteros avanzan hacia la derecha en la recta numérica conforme se hacen mayores, pero las fracciones unitarias se mueven en la dirección opuesta, acercándose al cero, conforme crece el denominador. También es verdad que multiplicar números enteros positivos siempre resulta en un producto mayor que cualquiera de los factores, pero la multiplicación de fracciones no siempre da un número mayor.

Las experiencias concretas tempranas de los niños, así como los modelos y el lenguaje que los maestros utilicen para ayudarlos a convertir esas exposiciones enactivas en entendimientos generalizables puede conducir a tergiversaciones matemáticas, o, mejor dicho, a entendimientos incompletos (ver Ashlock, 2009 para un resumen robusto de equivo-

[9] Crollen, Virginie, Mahe, Rachel, Collignon, Olivier y Seron, Xavier. (2011). The Role of Vision in the Development of Finger-Number Interactions: Finger-Counting and Finger-Montring in Blind Children. Journal of Experimental Child Psychology, 109(4), 525-539.

[10] Berteletti, Ilaria y Booth, James R. (2016). Chapter 5 - Finger Representation and Finger-Based Strategies in the Acquisition of Number Meaning and Arithmetic. In Development of Mathematical Cognition (pp. 109-139).

Tschentscher, Hauk, Fischer y Pulvermüller. (2012). You can count on the motor cortex: Finger counting habits modulate motor cortex activation evoked by numbers. Neuroimage, 59(4), 3139-3148.

[11] Mateusz Hohol, Kinga Wołoszyn, Hans-Christoph Nuerk y Krzysztof Cipora. (2018). A large-scale survey on finger counting routines, their temporal stability and flexibility in educated adults. PeerJ, 6, E5878.

[12] Ball, Deborah Loewenberg. (1992). Magical Hopes: Manipulatives and the Reform of Math Education. American Educator: The Professional Journal of the American Federation of Teachers, 16(2), 14-18,46-47.

[13] Empson, S. (1995). Using Sharing Situations to Help Children Learn Fractions. Teaching Children Mathematics, 2(2), 110-114.

[14] Niemi, D. (1996). A Fraction Is Not a Piece of Pie: Assessing Exceptional Performance and Deep Understanding in Elementary School Mathematics. Gifted Child Quarterly, 40(2), 70-80.

[15] National Research Council. 2005. How Students Learn: Mathematics in the Classroom. Washington, DC: The National Academies Press. https://doi.org/10.17226/11101.

[16] Ashlock, R. (2009). Error Patterns in Computation: Using Error Patterns to Help Each Student Learn (10th Edition). Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.

caciones comunes que cometen los estudiantes en matemáticas) 16. La evolución del entendimiento debe ser continua, revisada constantemente y realizada con el uso prudente de materiales extensibles que favorezcan al desarrollo a lo largo del tiempo. Ahora presentaré algunas directrices para este proceso educativo.

Infunda la perspectiva que las matemáticas deben tener sentido

A principios de 2018, la noticia sobre un problema de matemáticas desconcertante que fue presentado a niños de primaria en China dio vuelta al mundo (Rezaian, 2018; BBC, 2018; entre otros) 17. El problema era: «Si en un barco hay 26 ovejas y 10 cabras, ¿qué edad tiene el capitán del barco?» Si usted contestó 36, no está solo. Si se sintió confundido y concluyó que la pregunta no se puede responder con la información dada, usted es parte de la minoría. Sumar ovejas y cabras para determinar la edad de alguien no tiene sentido, pero esto no detuvo a los estudiantes chinos, y a muchos otros, de hacer justamente eso.

De hecho, el problema de la Edad del Capitán tiene una larga historia. Se remonta a los años 70, cuando investigadores lo usaban para revelar la disposición de los estudiantes a abandonar la lógica en el ejercicio de procedimientos matemáticos aprendidos (ver Verschaffel, Greer y de Corte, 2000 para un repaso de esta investigación y otras relacionadas) 18. El problema pone en evidencia que los estudiantes generalizan, a partir de sus experiencias en el salón de clases, que los problemas escritos se pueden resolver usando los números que se presentan en ellos. Los niños resuelven muchísimos problemas escritos calculando las cantidades disponibles. No piensan, solo hacen. En efecto, la escuela en China que presentó el problema a sus estudiantes pretendía fomentar el «pensamiento crítico». Las autoridades de la escuela querían que los estudiantes pensaran, en lugar de seguir ciegamente una serie de reglas procedimentales.

El tipo de entendimiento que detallé al inicio de este trabajo es todo lo opuesto a esta acción procedimental inconsciente. Los estudiantes que yo describí cuestionarían la idea misma de sumar ovejas y cabras para obtener un resultado en años. En animales, tal vez. Pero no la edad de una persona. Para que el aprendizaje profundo pueda crecer y prosperar, los estudiantes tienen que percibir que las matemáticas que están aprendiendo y haciendo tienen sentido con lo que ellos ya creen que saben y entienden.

Una de las características maravillosas de las matemáticas es su coherencia. Las reglas matemáticas no pueden ser reglas matemáticas a menos que tengan un sentido consistente. El lenguaje está lleno de reglas arbitrarias. ¿Por qué en español algunos sustantivos son femeninos y otros son masculinos? ¿Por qué hay tantos verbos irregulares? En inglés hay muchas más excepciones. En matemáticas, desde párvulos hasta bachillerato, no se encuentra ninguna. Una regla es una regla. Y aplica para números enteros, decimales, fracciones decimales, números negativos, y los símbolos abstractos que los representan.

Desafortunadamente, como revela el problema de la Edad del Capitán, muy a menudo los estudiantes se enfocan en lo que el educador de matemáticas Phil Daro llama «obtención de respuestas» (Daro, 2014) 19. Si el patrón de comportamiento en clase se centra en hacer cálculos con los números dados, eso es lo que los estudiantes harán. Los maestros, y el material didáctico que usen, deberán encontrar un equilibrio entre la competencia procedimental (realizar cálculos y seguir pasos) y un buen entendimiento. Las reglas (como que la multiplicación siempre dará un número más grande como respuesta) que pueden ayudar al estudiante por un tiempo a obtener respuestas deben ser sustituidas por propiedades matemáticas que no expiran. a + b siempre será igual a b + a, incluso cuando a o b sean fracciones o números negativos. La explicación de por qué un procedimiento matemático fun-

17 Rezaian, J. (2018). This Chinese math problem has no answer. Actually, it have a lot of them. The Washington Post, January 31, 2018, recuperado de https://www.washingtonpost.com/news/worldviews/wp/2018/01/31/this-chinese-math-problem-has-no-answer-actually-it-has-a-lot-of-them.

18 Verschaffel, L., Greer, B. y de Corte, E. (2000). Making sense of word problems (Contexts of learning; 8). Exton, PA: Swets & Zeitlinger.

19 Daro, P. (2014). Video recuperado de https://serpmedia.org/daro-talks/.

cionó o no funcionó debe acompañar a la obtención de resultados y, en ocasiones, tener prioridad sobre esta. A continuación presento tres métodos para favorecer ese cambio en la cultura y expectativas del salón de clases.

Utilice modelos extensibles con intencionalidad

El entendimiento simbólico se desarrolla a partir de representaciones enactivas e icónicas. Utilizaré la suma y resta como ejemplo. Las experiencias palpables de armar o desarmar objetos proporcionan una base para entender el significado de las sumas y las restas. Llevar zanahorias para el almuerzo, comerse algunas, y llevar las que sobraron de vuelta a casa para comer más tarde es una experiencia con un problema de cambio (o de agregar/quitar). Ver con envidia el número de calcomanías que tiene un amigo puede llevar a una representación enactiva de un problema de comparación. ¿Quién tiene más y cuántas más? Poner manzanas y bananos en una canasta de frutas ofrece una interacción concreta con un problema de combinación (o de armar/desarmar). Los problemas de cambio, comparación y combinación pueden ocurrir con cualquier tipo de números, en contextos físicos o no físicos. *Una persona ha trabajado parcialmente en un montón de proyectos. ¿Qué fracción o porcentaje de los proyectos está terminado?* Este es un problema de combinación que trata con fracciones de proyectos. ¿Los estudiantes ya desarrollaron modelos representativos de suma que puedan incluir partes de proyectos?

Al principio, las fichas pueden tomar el lugar de las zanahorias, calcomanías o frutas. Pero los materiales manipulativos son engorrosos, y las fichas no representan muy bien los números no enteros. Las representaciones icónicas de estas experiencias concretas deben evolucionar y crecer conforme los estudiantes van aprendiendo el sistema numérico. También deben ser algo que eventualmente puedan visualizar. Le educación en matemáticas en Singapur se ha construido a partir de la progresión hacia entendimiento simbólico de Bruner. El sistema educativo busca usar modelos representativos cuidadosamente (Leong, Ho y Cheng, 2015) 6.

Algunas representaciones icónicas se usan temporalmente. Por ejemplo, mover dieciséis partes de 1/16 a una tira de fracción para formar un entero da una fuerte sensación táctil de la pequeñez de esas partes en comparación con mover cuatro partes más grandes de ¼ para formar ese mismo entero. La intención es desarrollar el entendimiento de las fracciones como partes iguales de un entero. A más partes iguales del entero, más pequeño será el tamaño de cada parte. Las fracciones, además, deben entenderse como parte del mismo sistema numérico que incluye los conocidos números enteros. El modelo de las fracciones como partes de un entero se debe integrar a una representación, como una recta numérica, que ayude a visualizar las fracciones como números y como parte de un sistema coherente que incluye números enteros, decimales y, eventualmente, números negativos.

Las reglas matemáticas aplican igual para todos los números. Los estudiantes deben ver esos números como parte del mismo sistema. Los modelos de sumas y restas, como la recta numérica, deberían estar diseñados para albergar el nuevo contenido matemático del plan curricular. Para desarrollar un aprendizaje profundo de matemáticas, es necesario poder desplazarse a lo largo de las representaciones icónicas con el cambio en los contextos y los contenidos.

Los modelos de barras o tiras, que se usan de apoyo para la educación en matemáticas en Singapur y otros lugares, proporcionan una extensibilidad casi ilimitada para la representación de las operaciones. La abstracción de los modelos de barras (ver figura 1), sin embargo, requiere un aprendizaje temprano. No es fácil aplicarlos en otros países o en otras culturas educativas (AIR, 2005; Garelick, 2006) 20. Distintos modelos (ver figura 2)

20 American Institutes for Research. (2005). What the United States can learn from Singapore's world-class mathematics system (and what Singapore can learn from the United States): An exploratory study. Washington, DC: AIR.

Garelick, B. (2006). Miracle math: A successful program from Singapore tests the limits of school reform in the suburbs. Education next, 6(4), 38-46.

21 Fuson, K. y Willis, G. (1989). Second graders' use of schematic drawings in solving addition and subtraction word problems. Journal of Educational Psychology, 81, 514–520.

Jitendra, A. K. (2002). Teaching students math problem solving through graphic representations. Teaching Exceptional Children, 34(4), 34–38

se han utilizado con éxito tanto entre estudiantes con necesidades especiales como entre estudiantes de educación normal en los Estados Unidos para lograr el entendimiento de situaciones de suma y resta (Fuson & Willis, 1989; Jitendra, 2002) 21.

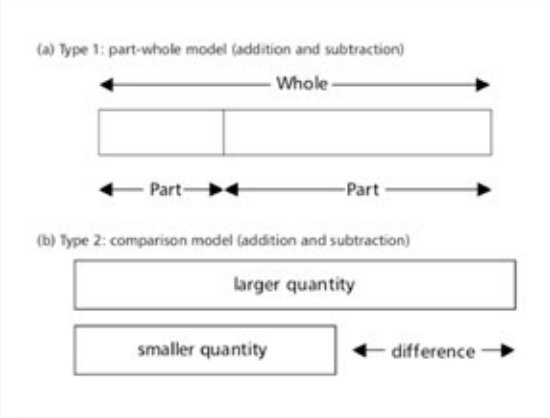


Figura 1 (Modelos de barras de Singapur, Englard, 2010)

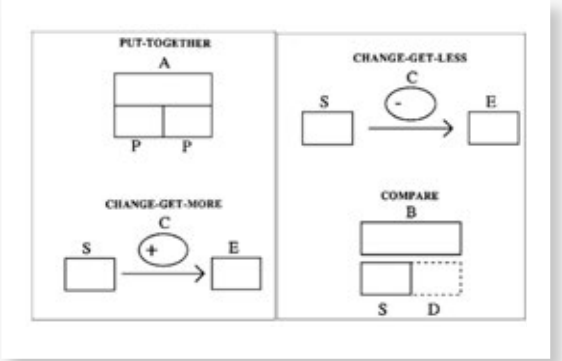


Figura 2 (bocetos matemáticos, Fuson & Willis, 1989)

Estos modelos muestran tipos de relaciones aditivas. El contexto y la forma de los números no tienen importancia. No estoy abogando por el uso de uno de los dos modelos. Estoy abogando por los modelos, físicos, visuales o virtuales (Pouw, et. ál., 2014; Tran, Smith y Buschkuehl, 2017) 23 que pueden crecer con el plan curricular. Las representaciones icónicas exitosas son aquellas que están integradas de manera sistemática e intencional en la educación y que fomentan el desarrollo de modelos *mentales* robustos a lo largo del tiempo. Los modelos importan, y cómo se usen también.

Promueva las conversaciones matemáticas

La advertencia de Deborah Ball en contra de la «ilusión mágica» del uso de los materiales manipulativos en matemáticas incluía un recordatorio de que «el entendimiento no viaja de las puntas de los dedos hacia arriba a través del brazo» (Ball, 1992) 24. Los modelos representativos son herramientas que favorecen el desarrollo del entendimiento. La evolución hacia lo abstracto tiene mayor respaldo cuando se expone el entendimiento naciente del estudiante, así como sus confusiones. Los estudiantes deben hablar y compartir.

Escuchar y ver respuestas a problemas matemáticos dice poco acerca de los procesos cognitivos (el pensamiento y el entendimiento) que llevaron a la elección de las estrategias y la aplicación de un procedimiento que produjo esa respuesta. Descubrir el posible pensamiento del estudiante para calcular 99 + 99 puede ilustrar lo que quiero decir. Tres estudiantes encuentran la respuesta correcta (198) y comparten cómo llegaron a ella. Un estudiante resolvió el problema alineando los números y usando un algoritmo (figura 3). El segundo estudiante visualizó el 99 como 1 unidad menos que 100 (figura 4). Este estudiante se dio cuenta de que sumar 100 a un número era un cálculo mental sencillo. Calculó 100 + 99 en su cabeza y obtuvo 199, y luego restó el 1 que había sumado antes y llegó a la respuesta de 198. El tercer estudiante también vio que 99 estaba cerca de 100 y eligió duplicar 100 y restar 2: 100 · 2 = 200; 200 - 2 = 198

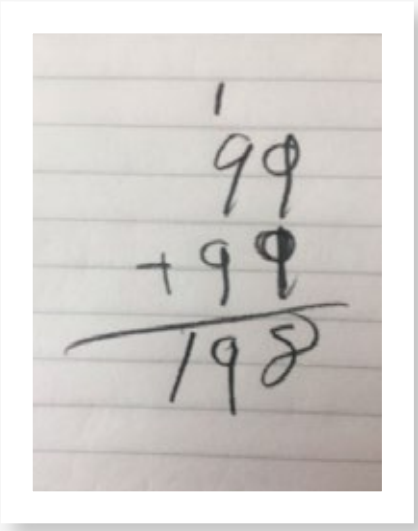


Figura 3

22 Pouw, Wim T. J. L., Van Gog, Tamara y Paas, Fred. (2014). An Embedded and Embodied Cognition Review of Instructional Manipulatives. Educational Psychology Review, 26(1), 51-72

Garelick, B. (2006). Miracle math: A successful program from Singapore tests the limits of school reform in the suburbs. Education next, 6(4), 38-46.

23 Tran, C., Smith, B. y Buschkuehl, M. (2017). Support of mathematical thinking through embodied cognition: Nondigital and digital approaches. Cognitive Research: Principles and Implications, 2(1), 1-18

24 Ball, Deborah Loewenberg. (1992). Magical Hopes: Manipulatives and the Reform of Math Education. American Educator: The Professional Journal of the American Federation of Teachers, 16(2), 14-18,46-47.

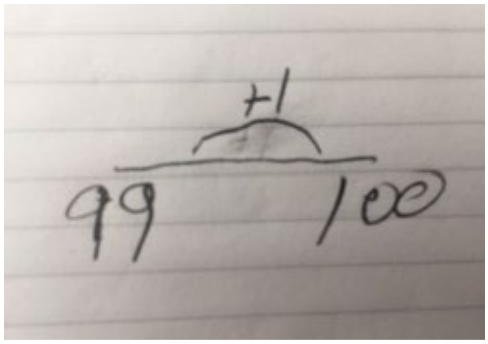


Figura 4

Un cuarto estudiante da la respuesta 188. ¿La respuesta incorrecta es producto de un error en el procedimiento, de olvidar "llevar" el 1 que se muestra en la Ffigura 3? Exponer el razonamiento de este estudiante revela algo más (Figura 5). Resulta que el cuarto estudiante descompuso el 99 en 90 + 9. 90 + 90 se puede calcular mentalmente con facilidad, como también 9 + 9. El error fue un descuido al combinar 180 y 18. Al momento de describir su proceso de pensamiento, el cuarto estudiante rápidamente identifica su error y cambia su respuesta a 198.

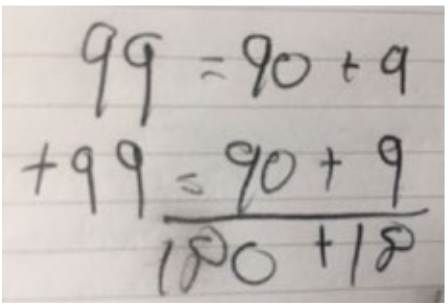


Figura 5

Todos estos, excepto el método procedimental, exponen el entendimiento subyacente general de los números que tienen los estudiantes. Los números se pueden componer y descomponer. 100 puede estar compuesto por 99 + 1. 99 se puede descomponer en 90 + 9. Las semillas de un entendimiento más simbólico también pueden estar echando raíces: 99 + 99 = (99 + 1) + (99 + 1) - 2. Siempre es verdadero que a + a = (a + b) + (a + b) - 2b. Los estudiantes que hacen esta simple aritmética están lejos aún del álgebra, pero los modelos que utilizan harán que la progresión hacia matemáticas más simbólicas sea más fluida.

No pretendo hacer de menos el método procedimental que usó el primer estudiante. Funciona, y conversar acerca de por qué funciona y cómo se relaciona con las otras estrategias puede hacer el entendimiento más profundo. Las investigaciones sobre este tipo de conversaciones matemáticas, o pláticas de números, en el salón de clases sugieren que sí mejoran el entendimiento (Berger, 2017; Kazemi, et. ál., 2017; Parrish, 2011) [25]. Los estudiantes no solo vuelven transparente su propio razonamiento, sino que pueden ver cómo piensan sus pares. La mezcla de estrategias permite que los estudiantes comparen sus modelos subyacentes con las acciones de sus compañeros. Esto promueve el razonamiento por encima de la obtención de respuestas.

Veamos también un ejemplo de solución de un problema que se basa en los modelos aditivos que describí antes. Piense en esta situación: *María tiene algunas calcomanías. Ella tiene más calcomanías que yo. ¿Cuántas calcomanías tengo yo?* ¿Cómo se podría resolver este problema? Imaginarse la relación (Figura 6) puede revelar las posibilidades. Se podría resolver el problema con una resta: las calcomanías de María menos la diferencia es igual a mis calcomanías. También se puede organizar la solución como un problema de valor faltante. Mis calcomanías más la diferencia es igual a las calcomanías de María.

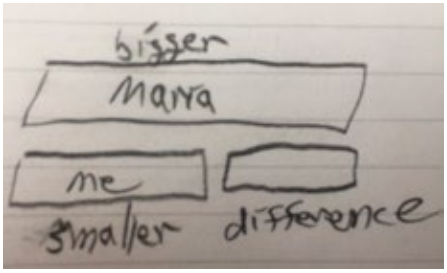


Figura 6

Veamos cómo incluir números puede influir sobre su pensamiento. *María tiene 30 calcomanías. Ella tiene 19 más que yo. ¿Cuántas calcomanías tengo yo?* 30 - 19 = ? o ? + 19 = 30.

Cualquiera de las dos estrategias, sumar o restar, nos da la respuesta. La suma y la resta están relacionadas: a + b = c y c - b = a.

[25] Berger, A. M. (2017). Using number talks to build procedural fluency through conceptual understanding. Ohio Journal of School Mathematics, 75, 751-757.

Parrish, S. (2011). Number talks build numerical reasoning. Teaching Children Mathematics, 18(3), 198-206.

[26] D'mello, Lehman, Pekrun y Graesser. (2014). Confusion can be beneficial for learning. Learning and Instruction, 29, 153-170.Jitendra, A. K. (2002).

Jason M. Lodge, Gregor Kennedy, Lori Lockyer, Amael Arguel y Mariya Pachman. (2018). Understanding Difficulties and Resulting Confusion in Learning: An Integrative Review. Frontiers in Education, 3, Frontiers in Education, 01 June 2018, Vol.3.

A pesar de que compartir el razonamiento de los estudiantes puede esclarecer su entendimiento subyacente y desarrollar su comprensión a través del análisis del pensamiento de los demás, lograr que hablen no es fácil. En un contexto dominado por la obtención de respuestas, muchos estudiantes carecen de experiencia para explicar. Además, si el contexto del salón de clases valora las respuestas correctas, compartir el pensamiento incorrecto significaría arriesgarse a sufrir la humillación de parecer tonto. ¿Cómo pueden crear los maestros un ambiente seguro para que los estudiantes hablen y posiblemente comentan errores?

Acepte la confusión constructiva

El aprendizaje ocurre en el límite de las competencias. Desarrollar el entendimiento es un proceso evolutivo. Las equivocaciones y las confusiones no solo son inevitables, son deseables. Algunos estudios incluso sugieren generar confusión a propósito, un proceso que a veces llaman inducción de confusión, para incrementar las oportunidades de aprendizaje de nuevos temas en general (D'Mello, et. ál., 2014; Jason, et. ál., 2018) [26] y de matemáticas en específico (Kapur, 2014) [27]. Cuando los alumnos se encuentran en un nivel de confusión adecuado, es más probable que presten atención al contenido, que trabajen en incorporar nueva información a su conocimiento existente. Las tareas comunes pueden llevar a la complacencia. El estudiante asume que ya sabe qué hacer. Cuando las tareas son demasiado desconocidas, el alumno se puede sentir abrumado y frustrado. La confusión debe encontrarse en lo que Vygotsky llamó la zona de desarrollo próximo del estudiante (Rogoff & Wertsch, 1984; Encyclopedia of Critical Psychology, 2014) [28]. La tarea se percibe como alcanzable, pero hay algo nuevo o desconocido. Llamémoslo la zona de confusión óptima (Graesser, 2011) [29].

Algunos ejemplos para aclarar cómo es este límite:

- Piense en el problema 24 · 4. Para los estudiantes que aprendieron el algoritmo estándar, la estrategia de solución de (25 · 4) - 4 puede resultar confusa. ¿Cómo funciona esa estrategia? ¿Alguien puede proponer otro ejemplo de esta estrategia? ¿Qué tal el problema 49 · 5? ¿Se obtendría la misma respuesta calculando (50 · 5) - 5?
- Para un niño que acaba de aprender las fracciones como partes iguales de un entero, la pregunta de si 5/5 es mayor a 4/4 puede ser el límite que lo hace dudar. 5 es mayor que 4, y 5/5 tiene 5 partes, mientras que 4/4 solo tiene 4. Tal vez 5/5 es mayor. Sin embargo, usar las tiras de fracciones demuestra que son iguales. Regresar al modelo representativo puede ayudar a aclarar el entendimiento naciente. Las partes de 1/5 son más pequeñas que las partes de ¼.
- Adelantemos un poco el tiempo de este estudiante de fracciones y presentemos una tarea que involucra compartir 3 bananos entre 2 personas. ¿3/2 puede ser una fracción? Si 3/2 es igual a 1½, tal vez el ½ sea la fracción, porque los enteros son enteros, no son fracciones. ¿O sí? ¿Qué fracción de los 3 bananos recibe cada persona? ¿La tira de fracciones será suficiente para visualizar fracciones mayores que 1?

Las confusiones intencionales, en el momento y en el nivel adecuados, pueden promover un aprendizaje y un entendimiento más profundos. En matemáticas, confundir a los estudiantes es fácil. Lograr la cantidad correcta de confusión para reforzar el aprendizaje requiere reflexión y planificación. También requiere un ambiente seguro para explorar esas confusiones...

27 Kapur, Manu. (2014). Productive Failure in Learning Math. Cognitive Science, 38(5), 1008-1022.

28 Rogoff, B. y Wertsch, J. (1984). Children's learning in the "zone of proximal development" (New directions for child development; n.o. 23). San Francisco: Jossey-Bass.

29 Graesser, A. (2011). Learning, Thinking, and Emoting With Discourse Technologies. American Psychologist, 66(8), 746-757.

Nadie quiere parecer tonto. A todos nos importa cómo nos perciben los demás, y generalmente tomamos medidas para proteger nuestra posición social (Sapolsky, 2017) [30]. Sucede lo mismo entre los estudiantes. Si compartir la confusión o una respuesta o explicación que probablemente sea incorrecta en clase pone en riesgo la posición social del niño, la acción más segura podría ser permanecer en silencio. El «ambiente de error» en el salón de clases de matemáticas es importante (Steuer y Dresel, 2015; Grassinger, et. ál, 2018) [31]. Es necesario que los estudiantes se sientan seguros para cometer errores (para un resumen accesible de investigaciones acerca de la mentalidad con relación a la identidad académica y la pertenencia, ver Dweck, Walton, y Cohen, 2014) [32].

Construir un ambiente propicio para confundirse y aprender de los errores implica establecer el esfuerzo constructivo como norma. Como mencioné al inicio de este trabajo, empiece por infundir la perspectiva de que las matemáticas deben tener sentido. Un ambiente de obtención de respuestas busca respuestas correctas. Una cultura de clase basada en el entendimiento, por otro lado, anticipa períodos de dificultad. Es normal esforzarse cuando se está aprendiendo algo nuevo, ya sea los números enteros, la multiplicación, la suma de fracciones con distinto denominador o la resolución de problemas algebraicos de varios pasos.

Refuerce el esfuerzo constructivo por medio de recompensas. Elogie a los estudiantes que expresen claramente una confusión o identifiquen un error en su pensamiento. Mantenga la retroalimentación positiva enfocada en las acciones productivas de los estudiantes, no en sus fracasos o renuncias.

En una fase temprana, utilice las conversaciones en parejas o grupos pequeños para reducir la exposición al público que tendría el estudiante frente al grupo completo. Las pláticas en grupos pequeños posibilitan mayor participación por parte de más estudiantes que las discusiones de la clase completa. Así, los estudiantes tienen la oportunidad de practicar hablar sobre matemáticas y generar confianza para compartir su razonamiento.

Resalte el crecimiento individual de los estudiantes en lugar de comparar el desarrollo. El aprendizaje no es una competencia para ver quién aprende más y más rápido. El objetivo es que todos logran un entendimiento profundo y competencias procedimentales. Haga que los estudiantes animen y apoyen el éxito de cada compañero. Toma tiempo establecer este tipo de ambiente en el salón de clases, pero esto hace que el esfuerzo de resolver las confusiones y equivocaciones inevitables del aprendizaje sea mucho más agradable y productivo.

Resumen

La búsqueda del entendimiento profundo en el aprendizaje de matemáticas le da sentido al contenido y favorece su aplicación en nuevos contextos. Construir ese conocimiento abstracto es un proceso continuo que involucra el uso de modelos representativos para conectar experiencias concretas con conceptos simbólicos generalizables. Desafortunadamente, el camino hacia el entendimiento puede estar socavado por un énfasis excesivo en la obtención de resultados y en atajos para realizar cálculos que rápidamente pierden su utilidad. La naturaleza de las matemáticas es coherente y consistente. Los modelos representativos deben ser elegidos cuidadosamente y usados como soporte para la coherencia y la lógica que son inherentes a esta disciplina. Un ambiente de error productivo puede facilitar la búsqueda continua de la claridad conceptual si se normaliza la confusión y el esfuerzo constructivo, que son partes inevitables del proceso de aprendizaje. **RM**

Ver referencias del artículo en la versión digital de la revista.

[30] Sapolsky, R. (2017). Behave: The biology of humans at our best and worst. New York, New York: Penguin Press, an imprint of Penguin Random House LLC.

[31] Steuer, G., y Dresel, M. (2015). A constructive error climate as an element of effective learning environments. Psychological Test and Assessment Modeling, 57(2), 262.

Grassinger, R., Scheunpflug, A., Zeinz, H. yDresel, M. (2018). Smart is who makes lots of errors? The relevance of adaptive reactions to errors and a positive error climate for academic achievement. High Ability Studies, 29(1), 37-49.

[32] Dweck, Carol S., Walton, Gregory M. y Cohen, Geoffrey L. (2014). Bill & Melinda Gates Foundation, Bill & Melinda Gates Foundation, 2014.

Sandra Torresi

Doctora en Psicología por la Universidad de Palermo. Especialista en Neuropsicología por la Universidad de Buenos Aires. Licenciada en Ciencias de la Educación y Psicopedagogía. Actualmente se desempeña como Vicepresiente de la Sociedad Iberoamericana de Neuroeducación y Directora de Neurociencia Educacional. Consultora en proyectos de Neurociencia Educacional con los Ministerios de Educación de Nicaragua y Perú. Además desarrolla consultorías en la carrera de Psicopedagogía de la Universidad Tecnológica de Chile.

Nacidos para la matemática... sólo que no lo sabemos:

Neurociencia Educacional... preocupados por las mates

Valentín, 5 años.

Cuenta sus propios dedos, los dibuja y los representa simbólicamente. A partir del 1, advierte que el espacio es insuficiente y decide continuar en la parte inferior en forma lineal.

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/nacidos-para-la-matematica-solo-que-no-lo-sabemos/

La Neurociencia Educacional (NE) es una interdisciplina emergente que busca fundamentar científicamente las prácticas educativas y enriquecerlas. La relación entre Neurociencia y Educación no está libre de intensos debates en los que se distinguen, por un lado, autores reticentes a estrechar vínculos e incrédulos acerca de los posibles aportes de la ciencia [1] y, por otro, optimistas que aseguran que educadores, psicólogos y neurocientíficos pueden explicar el desarrollo de competencias desde diferentes niveles de análisis [2] y vincular las diferentes dimensiones en forma dinámica para evitar un abordaje reduccionista de su complejidad.

En los últimos años, ha crecido el número de investigaciones orientadas al estudio de la cognición numérica en busca de explicaciones sobre la base neurobiológica del procesamiento del número y el cálcuLa Neurociencia Educacional (NE) es una interdisciplina emergente que busca fundamentar científicamente las prácticas educativas y enriquecerlas. La relación entre Neurociencia y Educación no está libre de intensos debates en los que se distinguen, por un lado, autores reticentes a estrechar vínculos e incrédulos acerca de los posibles aportes de la ciencia y, por otro, optimistas que aseguran que educadores, psicólogos y neurocientíficos pueden explicar el desarrollo de competencias desde diferentes niveles de análisis y vincular las diferentes dimensiones en forma dinámica para evitar un abordaje reduccionista de su complejidad [3].

En los últimos años, ha crecido el número de investigaciones orientadas al estudio de la cognición numérica en busca de explicaciones sobre la base neurobiológica del procesamiento del número y el cálculo, los procesos cognitivos generales y específicos implicados en su adquisición y desarrollo o las particularidades de sus dificultades. Este empuje por parte de la neurociencia y la psicología cognitiva abona el "lado optimista" e impulsa fuertemente la traducción de los conocimientos validados en propuestas interdisciplinarias de intervención, por ejemplo…

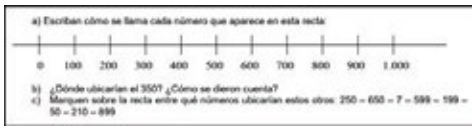
- Las investigaciones sostienen que nacemos con una predisposición natural para la matemática y que sobre esta capacidad adaptativa se construyen los futuros aprendizajes a través de la influencia educativa. Es decir, contamos con un sistema de aproximación numérica (ANS) innato, rudimentario e independiente del lenguaje y de la enseñanza explícita que permite manipular magnitudes numéricas por medio de representaciones no simbólicas. Este sistema intuitivo (informal) sustenta la matemática formal (escuela) mediada por el lenguaje simbólico y, por lo tanto, es considerado un predictor estable del desarrollo de las habilidades aritméticas.

  ¿Por qué este conocimiento es considerado un aporte que "revoluciona" el modelo teórico más consensuado en educación matemática?

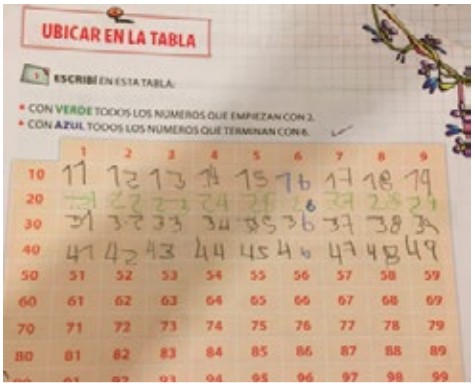
  La escuela ha adherido tradicionalmente al constructivismo piagetiano y la neurociencia cuestiona uno de sus postulados más conocidos: los niños inician su vida sin ninguna representación estable e invariante del número y el conocimiento matemático progresa lentamente como una construcción lógica, es decir, la enseñanza de los procesos lógicos y su organización es un prerrequisito para la adquisición del concepto de número alrededor de los 5 años.
- Los investigadores proponen una analogía para explicar la representación de los nú-

meros en nuestra mente: la numerosidad se representa como una magnitud fluctuante similar a una "línea numérica mental" [4] en la que las cantidades se ordenan de izquierda a derecha en forma ascendente.

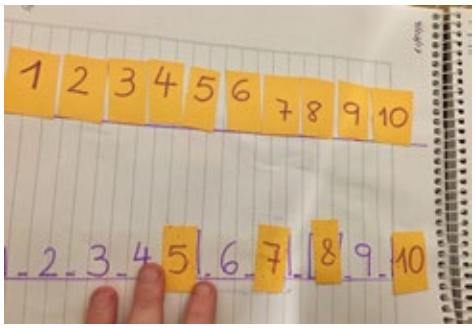
¿Por qué este conocimiento debería ser uno de los pilares conceptuales para el diseño de intervenciones didácticas?



La representación abstracta del número, su sentido, su significado es nuclear en el desarrollo del pensamiento matemático y del cálculo mental. Un niño activa áreas neurales específicas involucradas en la representación abstracta del número para estimar, por ejemplo, la posición del 27 en una recta numérica con un intervalo entre 0 y 100. También para ordenar series de números de acuerdo con un criterio porque debe comprender la relación entre esos números, compararlos y determinar su ubicación espacial; o si debe completar blancos con el número anterior y el siguiente de un número dado o determinar el patrón de una serie numérica para poder continuarla. El rendimiento en tareas vinculadas con esta línea mental numérica, es un buen predictor de desempeño académico y, además, un recurso para identificar estudiantes con dificultades de aprendizaje.



S. 1º grado. Ed. Primaria. Regularidades a través de filas y columnas.

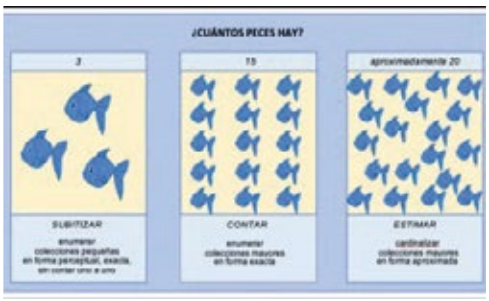


E. 1º grado. Ed. Primaria. Proyecto de Inclusión. Línea numérica con soporte. visual.

Estos hallazgos fundamentan el uso de la recta numérica como recurso más apropiado para acompañar la construcción de la línea mental abstracta. Si bien en la escuela coexisten las representaciones lineales y en tablas o cuadros numéricos, se ha extendido el uso de los cuadros hasta convertirse en el recurso más utilizado.

Estos cuadros se apoyan en la ubicación de los números ordenados por filas y columnas porque esta organización favorece el análisis de las regularidades del sistema decimal y la visualización de los cambios y continuidades de las distintas posiciones a medida que se avanza o retrocede en la serie.

- Además del sistema de aproximación numérica, la neurociencia y la psicología cognitiva describen un sistema de representación verbal exacto que se activa de diferentes maneras de acuerdo con la demanda de la situación: para conjuntos pequeños (subitización) y para conjuntos grandes (conteo) [6].



1 Bowers, Jeffrey S. (2016). The practical and principled problems with educational neuroscience. Psychological Review, 123, 600-612.

2 Howard-Johnson P., Ansari, D., De Smet, B., Laurillard, D., Varm, Butterworth, B, Goswami, U. Thomas, M. (2016). The principles and practices of educational neuroscience: Comment on Bowers. Psychological Rewiew,123, 600-627

3 Benarós, S., Lipina, S., Segretin, M., Hermida, M., Colombo, J. (2010). Neurociencia y educación: haca la construcción de puentes interactivos. Rev Neurol, 50 (3):179-18

4 Halberda, J. Mazzocco, M., Felgenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlates with math achievement. Natures, 455(7213):665-8

Dehaene S. (2011). The number sense: How the mind creates mathematics. New York: Oxford University Press

6 Baroody, A. J., Purpura, D. J., Eiland, M. D., & Reid, E. E. (2015). The impact of highly and minimally guided discovery instruction on promoting the learning of reasoning strategies for basic add-1 and doubles combinations. Early Childhood Research Quarterly, 30, 93–105.

Los estudios sobre ANS concluyen que las diferencias individuales observadas en tareas de comparación de magnitudes se vinculan con las diferencias posteriores en el desempeño en aritmética [7]. Y las investigaciones sobre el conteo evaluado en educación infantil sostienen que también es un predictor estable de las habilidades matemáticas en primaria [8].

La evidencia es muy contundente… pero, ¿cómo se podría reflejar en la escuela?

La nueva perspectiva requiere la reformulación de estrategias didácticas que contemplen la estimulación temprana, sistemática y explícita del sentido numérico desde nivel inicial.

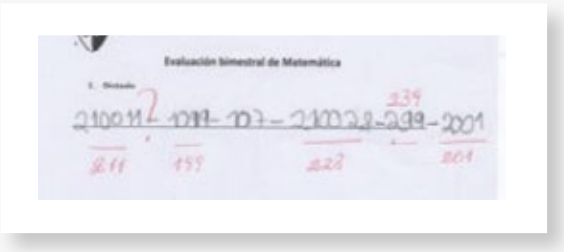
El foco de la enseñanza no debería ser el número en función solo del cálculo sino la representación mental de la magnitud…comprender su significado en un determinado contexto para poder comparar espacios, tamaños o cantidades, o elaborar secuencias.

- Entonces… la información numérica se manipula mentalmente a través de tres tipos de códigos de representación [9]:

1. *Representación analógica a las cantidades:* representación semántica en la que los números se representan en la línea numérica. Se activa en tareas vinculadas con el significado del número: estimar, comparar, o calcular en forma aproximada.
2. *Representación verbal auditiva:* los números se representan con una cadena de palabras organizadas sintácticamente. Se relaciona con las tareas de conteo y con las tablas de multiplicar.
3. *Representación en formato arábigo:* se representa el número con una cadena de dígitos. Se utiliza para realizar operaciones multidígito.

La representación verbal y la arábiga no cuentan con la información semántica de la representación analógica. El código verbal (/cinco/) es el primero en adquirirse y sirve para la construcción del código arábigo (5) entre nivel inicial y los primeros años de educación primaria.

De acuerdo con los modelos de procesamiento de número cuando un estudiante escucha /doscientosonce/ y escribe "211" *transcodifica* información numérica, es decir, traduce de un formato verbal oral a un formato arábigo.



F. 2º grado. Ed. Primaria. Dictado de números. El colorado corresponde a la corrección del educador.

Los registros numéricos tienen diferente sintaxis, el formato o código verbal es aditivo (200…11) y el arábigo es posicional. F. comete varios errores de tipo "sintácticos" cuando intenta traducir literalmente y yuxtapone porque todavía no aplica las reglas propias del sistema de numeración decimal, por ejemplo, 210028 por 228, y comete un error denominado "léxico" al escribir 299 por 239. Desde el punto de vista cognitivo, los errores léxicos se producen por una falla en la recepción, almacenamiento o recuperación de la información léxica, en cambio, los errores sintácticos se deben a un déficit en la producción arábiga independiente de la información léxica.

El desarrollo de la transcodificación numérica se caracteriza por ser un proceso muy fluctuante, marcado por rupturas, avances y retrocesos a medida que se presentan intervalos numéricos mayores… ¡cada nuevo rango desestabiliza el anterior!

¿Por qué estos conocimientos científicos son un aporte para fundamentar las intervenciones?

El signo de pregunta de la maestra de F. expresa el desconcierto ante su producción. No logra advertir la hipótesis del niño sobre cómo "se escriben los números". El dictado de números es una práctica muy frecuente en la escuela, especialmente en los primeros años, pero a veces se "hacen porque siempre se hicieron" a pesar de ser un instrumento valioso para determinar los niveles de desarrollo de los procesos de transcodificación.

Las intervenciones educativas que promueven el desarrollo de competencias están siempre guiadas por el conocimiento preciso de los procesos gene-

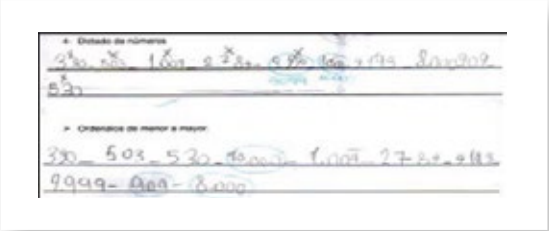
7 Leibovich, T., & Ansari, D. (2016). The symbol-grounding problem in numerical cognition: A review of theory, evidence, and outstanding questions. Canadian Journal of Experimental Psychology, 70, 12-23.

8 Leibovich, T., & Ansari, D. (2016). The symbol-grounding problem in numerical cognition: A review of theory, evidence, and outstanding questions. Canadian Journal of Experimental Psychology, 70, 12-23.

9 Dehaene S, Cohen L. Toward an anatomical and functional model of number processing. Mathematical Cognition.1995; 1, 83-120

10 Dehaene S, Cohen L. Toward an anatomical and functional model of number processing. Mathematical Cognition.1995; 1, 83-120.

rales y específicos que están involucrados en las diferentes tareas.

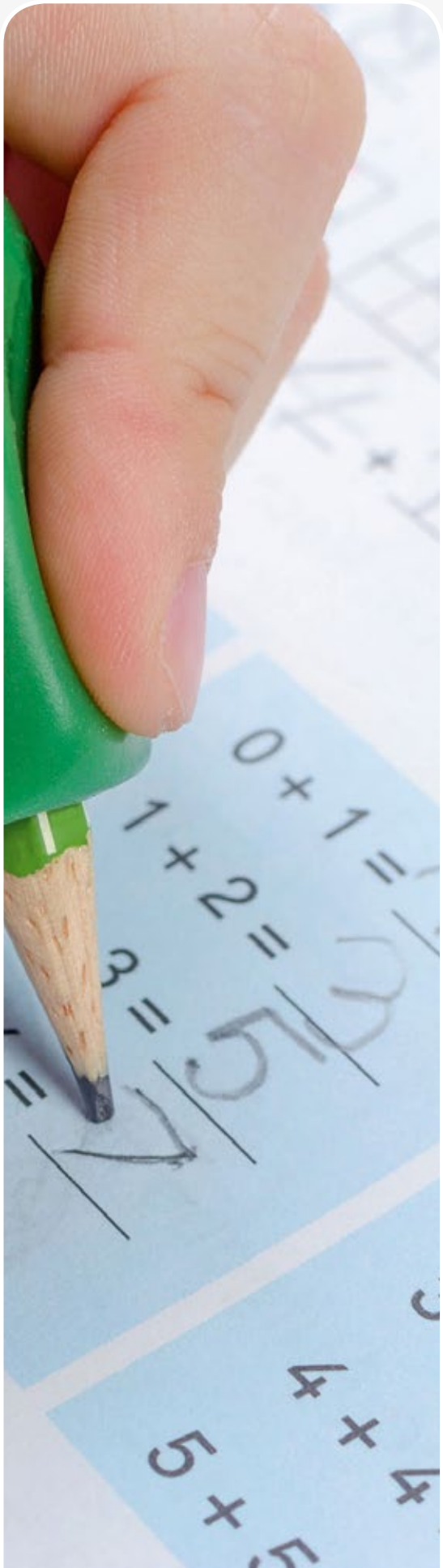


J. 2º. Educación Primaria. Las consignas demuestran el desconocimiento de los procesos que están implicados en la ejecución de cada una de las tareas: transcodificación numérica y comparación numérica

Desde el lado "optimista" y a través de estos aspectos de la construcción del significado del número y sus formas de representación, se describieron conexiones posibles entre las conclusiones de las investigaciones y las prácticas de enseñanza.

El desafío para la Neurociencia Educacional será instrumentar los medios para lograr reciprocidad en el flujo bidireccional de información entre neurociencia y educación, traducir los aportes científicos en prácticas concretas y viables - tarea que debería ser asignada a profesionales formados sólidamente en ambos campos disciplinares- y considerar que la transformación en intervenciones pedagógicas pueda ser evaluada sobre la base de su efectividad en contexto[10].

En definitiva, la discusión no es si los conocimientos pueden o no ser traducidos sino cuáles son los contenidos que dan soporte sólido a la práctica educacional, cómo se van a transformar esos contenidos que romperán con la clásica matemática reproductiva basada en procedimientos, quiénes van a mediar profesionalmente en este proceso y cómo se van a comunicar en forma efectiva. Sin dudas, el reto es enorme y hasta ahora los avances son lentos y con muchos obstáculos, pero tal vez éste es el camino al que debemos seguir dedicados. RM



Laura Gómez Bermeo

Especialista en Matemáticas Aplicadas y MA en Educación, Liderazgo y Gerencia. Docente investigadora en divulgación matemática, educación y talento. Directora del Grupo Investigación y la línea en Educación Matemática de la Universidad Sergio Arboleda. Miembro de colaboración internacional DUNE. Miembro del grupo de analítica y big data de la Universidad Sergio Arboleda. Investigadora del desarrollo del talento matemático.

Descubrir el talento en las ***matemáticas***

Para iniciar, es importante decir que una persona talentosa no hace referencia necesariamente a que sea genio o superdotado. Un niño o niña con talento a nivel académico y en específico en matemáticas, no precisamente es quién resuelve el mayor número de ejercicios u obtiene cierto número de buenas notas, el talento en un estudiante va más allá de ejercicios de memoria, cálculo y buenas notas. El talento en matemáticas reúne ciertas características propias del pensamiento matemático como la formulación de preguntas y conjeturas, la abstracción y generalización de casos iniciales, y la argumentación y demostración de ideas matemáticas.

El talento matemático no está estrictamente relacionado con cálculo mental, resolución de problemas tipo olimpíadas u otro tipo de competencias que impliquen velocidad y cálculo, por el contrario, más allá de eso se busca que el o la estudiante muestre habilidades de abstracción, reflexión e inferencia acerca del trabajo matemático. Además de esto, es importante el gusto, la curiosidad y el interés por adentrarse en el quehacer matemático, al mismo tiempo que se encuentran soluciones y se formulan nuevas preguntas.

Es importante hacer énfasis en lo que Piedad Cabrera (2011) [1] resalta: el talento académico no distingue raza, género ni estrato social. Un niño o niña puede ser talentoso o talentosa en matemáticas sin importar su condición cultural, socio-económica o demográfica.

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/descubrir-el-talento-en-las-matematicas/

Talento matemático y sus características

Acerca del estudio sobre el talento, es hasta el siglo XIX cuando la idea de talento empieza a emerger. Distintos enfoques e interpretaciones sobre el talento han surgido desde esa época. Algunos autores como Passow (1993) basaban la idea de talento en altas habilidades y altos resultados. Por otra parte, autores como Treffinger y Feldhusen (1996), Mary Warnock (1978) y Mönks y Mason (2000), hicieron un llamado a la necesidad de atender estudiantes con talento y tener en cuenta su formación educativa y el ambiente en el que se desarrolla.

Sobre el ambiente donde el talento puede desarrollarse, Unesco (2004) sugiere particularmente que para los estudiantes, este es un factor determinante en el desarrollo de su talento.

Otros aspectos destacados para el desarrollo del talento en estudiantes fueron enunciados por Gagné (1993), algunos de estos son:

- El sistema educativo
- El currículo escolar
- El ambiente escolar
- La experiencia educativa
- El contexto socioeconómico

Por otra parte, para autores como Gutiérrez y Jaime (2013) [2] las características que engloban el talento en estudiantes para el área de las matemáticas se ven reflejadas en:

- Formulación de problemas y nuevas actividades de manera natural.
- Pensamiento creativo y flexible para abordar problemas matemáticos.
- Capacidad de conexión entre problemas propuestos y estructuras matemáticas.
- Aprendizaje acelerado.
- Personalidad crítica y perseverante.
- Producción de ideas originales.
- Capacidad de generalización y abstracción.
- Entusiasmo por el trabajo matemático.

Finalmente, Benbow (1988) [3] sugirió una serie de características del talento matemático en la cual se incluyen: habilidad espacial, independencia, lógica, intuición, buena memoria, optimización de metodologías, habilidades de razonamiento y comunicación. Además de estas, (Dark y Benbow, 1990) [4] agregan según data recolectada, los siguientes componentes del talento en matemáticas:

- Habilidad superior de manejar y representar información en la memoria de corto plazo.
- Habilidad superior para traducir información lingüística en un lenguaje matemático necesaria para la resolución de problemas.

Elementos para el desarrollo del talento matemático

Diferentes factores influyen en la estimulación y desarrollo del talento de niños y niñas. Entre estos pueden nombrarse: la familia, el colegio, los docentes, los compañeros y en general el entorno educativo. Además de esto, espacios extracurriculares pueden contribuir de gran manera a potenciar el talento de los estudiantes en áreas académicas, deportivas o artísticas.

En particular, para el desarrollo del talento e interés en temas científicos existen diferentes espacios en universidades, colegios y centros científicos como semilleros, clubes de ciencia y grupos de investigación entre otros. En específico para matemáticas también existen iniciativas de potenciación del talento como el Programa de Talentos Matemáticos y Científicos de la Universidad Sergio Arboleda y los Círculos Matemáticos, los cuales se desarrollan en diferentes universidades del país, y son apoyados y reunidos a través de la Sociedad Colombiana de Matemáticas.

Ahondando en algunos de estos elementos para el desarrollo del talento; el entorno o contexto para potenciar las habilidades de los talentos niños es un componente esencial. Sobre esto, Ramírez y Flores (2016) [5], por ejemplo, sugieren que en matemáticas, los estudiantes tengan un espacio donde puedan:

- Abordar nuevos problemas matemáticos que reten sus habilidades y atraigan su atención.
- Plantear problemas abiertos que tengan que ver con la cotidianidad de los estudiantes, con el fin de que puedan visualizarlos y conectarlos con su entorno.
- Fomentar el razonamiento, el cuestionamiento y la reflexión alrededor de problemáticas reales de su contexto y comunidad.
- Propiciar el trabajo colaborativo y en equipo, con el fin de socializar el conocimiento y las ideas.
- Dar énfasis al trabajo matemático como un proceso de reflexión por encima del fin único de encontrar una respuesta.

1 CABRERA, P. (2011) ¿Qué debe saber y saber hacer un profesor de estudiantes con talento académico? Una propuesta de estándares de formación inicial en educación de talentos. Estudios Pedagógicos, 37(2), pp. 43-59.

2 GUTIÉRREZ, A.; JAIME, A. (2013) Exploración de los estilos de razonamiento de estudiantes con altas capacidades matemáticas, en BERCIANO, A. y otros (eds.): Investigación en Educación Matemática XVII. Bilbao. SEIEM, pp. 319-326.

3 BENBOW, C. P. (1988). Neuropsychological perspectives on mathematical talent. In L. K. Obler & D. Fein (Eds.), The exceptional brain: Neuropsychology of talent and special abilities, pp. 48-69. New York: Guilford.

4 DARK, VJ & BENBOW, C. (1990). Enhanced Problem Translation and Short-Term Memory: Components of Mathematical Talent. Journal of Educational Psychology. 82. 420-429. 10.1037//0022-0663.82.3.420.

5 RAMÍREZ, R.; FLORES, P. (2016) Planificar el enriquecimiento para alumnos de alta capacidad matemática: reposo curricular. Suma, 83, pp. 33-41.

Es así como el contexto y ambiente en el que conviven y aprenden los estudiantes a diario influye en el desarrollo de su talento e interés por las matemáticas.

Algunas experiencias

Teniendo en cuenta el factor del ambiente de aprendizaje de estudiantes con talento, a continuación, se presentarán algunas de las experiencias en Colombia y a nivel Latinoamérica en las que el contexto y el ambiente en el que se desarrolla el talento son fundamentales. Además, estas experiencias tienen en común el desarrollo de las actividades y de los programas en un ambiente académico universitario. Esto, entre otras características, motiva a estudiantes y padres y les permite también proyectarse en la educación superior sin importar sus características socio-económicas.

El Semicírculo [6]

El primer proyecto nace hace más de 25 años, en la Universidad Sergio Arboleda, a cargo del profesor Jesús Hernando Pérez y Reinaldo Núñez. El proyecto, denominado "El Semicírculo" gira en torno al estudiante y su relación con la familia, el colegio, la universidad y otros ambientes. Asimismo, en el modelo planteado por Pérez (2008) [7] además de las características expuestas anteriormente como la capacidad de abstracción, formulación de preguntas, problemas y conjeturas, la observación de patrones, el manejo del lenguaje formal y la tolerancia al fracaso son características adheridas a lo que debe tenerse en cuenta alrededor del talento matemático.

Este programa es abierto a diferentes estudiantes con interés y habilidad para las matemáticas. Una de sus particularidades fundamentales es que los estudiantes detectados con talento para las matemáticas son promovidos a ver cursos del pregrado en Matemáticas, con los estudiantes y docentes de la carrera, de modo que pueden ir avanzando en su saber y habilidades matemáticas.

Círculos Matemáticos Colombia [8]

Por otra parte, en Colombia, se ha acogido una iniciativa a nivel mundial llamada Círculos Matemáticos. En 2019, 7 diferentes universidades se unieron con el fin de abrir un nuevo espacio de divulgación, promoción y apoyo para jóvenes de la educación media, interesados en las matemáticas. En estos espacios, los jóvenes trabajan con matemáticos y matemáticas que a través de las diferentes sesiones les muestran sobre el quehacer matemático al mismo tiempo que redescubren el conocimiento.

De esta iniciativa, apoyada por la Sociedad Colombiana de Matemáticas, se espera que más universidades en el país se unan con el fin de abrir más espacios para que los niños, niñas y jóvenes de nuestro país encuentren un lugar dónde compartir con más estudiantes su interés por las matemáticas, además de conocer de primera mano lo que se hace en matemáticas y cómo se hace.

ESTALMAT [9]

En 1998, se dio inicio en España, al proyecto ESTALMAT. Esta iniciativa es hoy uno de los proyectos de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales que busca detectar, orientar y estimular estudiantes con talento matemático excepcional entre los 12 y13 años. La estructura de este proyecto es parecida a las anteriormente mencionadas en el sentido que, los estudiantes continúan en sus contextos y ambientes regulares y solo una vez a la semana se encuentran en estos espacios para trabajar en el desarrollo de sus habilidades matemáticas.

PENTA UC [10]

Finalmente, en Suramérica, en la ciudad de Santiago de Chile se realiza desde el año 2001 el programa PENTA UC. Este programa, apoyado por la Universidad Católica de Chile y el Gobierno, es un programa interdisciplinario que busca generar conocimiento científico, aumentar el interés de los ciudadanos en torno a la importancia del desarrollo del talento académico y la promoción de políticas públicas en aras de promover y apoyar niños, niñas y jóvenes talentosos. En este programa, participan alrededor de 900 estudiantes anualmente de las diferentes comunas de Santiago. RM

6 https://www.usergioarboleda.edu.co/programas/talentos-matematicos/

7 PÉREZ, J. y otros (2004): «El Semicírculo de la Universidad Sergio Arboleda». Revista Civilizar, 4.

8 http://scm.org.co/circulos-matematicos/

9 http://www.estalmat.org/

10 http://www.pentauc.cl/penta-uc/

La lectura crítica en matemáticas:

Un ejemplo desde el enfoque histórico

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/lectura-critica-en-matematicas-un-ejemplo-desde-el-enfoque-historico/

Clara Cecilia Rivera Escobar

Matemática de la Universidad de Medellín y Doctorante en Ciencias de la Educación en la Universidad Nacional de La Plata. Profesora de Matemáticas de la IE Concejo de Medellín y del Tecnológico de Antioquia. Integrante del grupo de investigación Mathema-Fiem de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia y del Nodo de Lenguaje de Antioquia.

Luis Alfonso Rivera Escobar

Profesor de Filosofía de la IE Pintada, del municipio La Pintada (Antioquia). Licenciado en Filosofía y Letras de la Universidad Pontificia Bolivariana. Miembro del Nodo de Lenguaje de Antioquia.

Rubén D. Henáo

Profesor de Matemáticas de la IE Escuela Normal Superior de Medellín y de la Universidad de Antioquia. Magíster en Didáctica de la Matemática del IPLAC y Doctor en Educación de la Universidad de Antioquia. Integrante del grupo de investigación Mathema-Fiem de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia.

Lectura crítica en clave histórica y abductiva

Leer críticamente implica ser autónomo en la comprensión del propósito y las intenciones pragmáticas del discurso, tomar conciencia del contexto en que se elabora el discurso y construir discursos alternativos, utilizando los recursos lingüísticos, con posiciones respecto a dichos discursos (Cassany, 2006) 1; por lo tanto, la lectura crítica requiere un carácter reflexivo que permita al lector ir más allá de lo literal e inferir desde el escrito aquello que no está escrito (Ortiz, 2017); esto implica además de comprender el texto, situarlo en su contexto sociocultural (Cassany, 2006) 1.

Para tal fin, Gray (1960) distingue entre leer las líneas, leer entre líneas y leer detrás de las líneas, análogo a lo que Anderson (2000) refiere como comprensión literal, inferencial y crítica; esto es, comprender las unidades locales de sentido, integrar esa información para dar sentido global al texto y tomar postura crítica reflexionando sobre su contenido (Icfes, 2013) 2. No obstante, esto de leer críticamente no es solo del área de humanidades como muchos piensan; leer críticamente posibilita el desarrollo del pensamiento crítico necesario para un trabajo en la enseñanza de las ciencias, sobre todo de la matemática, más aún si se sabe que el pensamiento crítico incluye acciones semejantes como formular hipótesis, ver un problema desde puntos de vista alternativos, plantear

nuevas preguntas y posibles soluciones (Oliveras, 2009). Una opción básica podría ser la de considerar los textos periodísticos, literarios y científicos como "propicios para la enseñanza de la lectura crítica en pro de la formación de un lector crítico y el desarrollo del pensamiento crítico" (Rondón, 2014, p. 64) 3.

Esta forma de pensar críticamente no entiende el conocimiento como fin sino como medio problematizador de los hechos (Cassany, 2006) 1; permite el ejercicio de pensar con criterio para decidir y actuar. El pensamiento crítico como proceso cognitivo se refiere a la conexión entre saber y razón; se entiende como "la capacidad de problematizar lo que hasta ese momento ha sido tratado como algo evidente, de convertir en objeto de reflexión: la vida que llevamos, los problemas cotidianos, los temas relacionados con la ciudadanía, la identidad" (Rondón, 2014, p. 65) 3.

La lectura crítica, en áreas como la matemática, posibilita un enfoque más amplio del que normalmente se aborda a partir de fórmulas, postulados, teoremas, demostraciones y situaciones problemas, máxime si uno está dispuesto a encontrar el sentido de un texto al poner en duda razonable aquello que otros dan por sentado (Cassany, 2004). Para ello es necesario ver la matemática como un proceso de construcción mental y social producto de la actividad humana (Skovmose, 1999; Guerrero, 2008) cuyas prácticas sociales sostengan una relación bidireccional con el conocimiento en la medida en que buscan la comprensión de la realidad social para transformarla; esta Educación Matemática Crítica (Skovsmose, 1999; Valero, Andrade-Molina y Montecino, 2015) 4 se contrapone al enfoque mecanicista en la enseñanza de la matemática y recibe las influencias de pedagogos de la talla de Freire (2000) 5, quien defiende el diálogo como mediación para actuar sobre la realidad, transformarla y humanizarla.

Así, la clase se enriquece con la realización de actividades diversas y no rutinarias al tiempo que se someten al razonamiento crítico e histórico. Nos referimos a actividades como: demostrar un teorema, resolver un problema, analizar una gráfica, hacer una construcción geométrica o escribir un texto relacionado con el trabajo matemático; aunque las cuatro primeras pueden ser integradas en un ejercicio de lectura y escritura, como la quinta, que no desconozca el papel que han jugado los grandes pensadores de la matemática y la ciencia en la historia. Este último aspecto da pie para hablar del enfoque histórico –EH- o, si se quiere, de lectura crítica en clave histórica.

El EH permite ver la matemática como un cuerpo en movimiento y crecimiento constante; "el éxito del proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, depende de una acertada combinación de lo

1 *Cassany, D. (2006). Tras las líneas. Sobre lectura contemporánea. Barcelona: Anagrama.*

2 *ICFES. (2013). Sistema Nacional de Evaluación Estandarizada de la Educación. Alineación del examen SABER 11, p. 42-43 Bogotá: ICFES*

3 *Rondón, G. (2014). La enseñanza de la lectura crítica en la perspectiva de una pedagogía del sujeto. Recuperado de http://www.santillana.com.co/rutamaestra/edicion-10/articles/13*

4 *Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica. (2ª ed.). Bogotá: Una Empresa Docente.*

5 *Freire, P. (2000). La Educación como práctica de la libertad (10.ª ed.). Madrid: S. XXI.*

lógico, lo histórico y lo pedagógico" (Nápoles et al, 2004, p. 2). La enseñanza de la matemática desde el EH ayuda al desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes dado que la historia de la matemática es una fuente de inspiración (González, 2004) [6] que mejora el desempeño de los estudiantes (Celeste y Sgreccia, 2017) [7], al tiempo que proporciona una visión humana de la ciencia y la matemática (de Guzmán, 1992; Jorge, Paixao y Cabrita, 2010) [8].

El enfoque histórico-científico de la enseñanza ayuda a ver la matemática como un cuerpo en crecimiento constante que ayuda al desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes dado que la historia de la matemática es una fuente de inspiración (González, 2004) [6] que cualifica el desempeño de los estudiantes (Celeste y Sgreccia, 2017), al tiempo que proporciona una visión humana de la ciencia y la matemática (de Guzmán, 1992; Jorge, Paixao y Cabrita, 2010) [8]. Varilly (1986) [9] sostiene que se puede enseñar matemáticas siguiendo un orden lógico, un orden pedagógico o un orden histórico. Considera importante formar un marco histórico que permita a los estudiantes situar los conocimientos. Para ello, "es necesario reorientar el contenido de los cursos para insertar en ellos el contexto, pasado y actual, de los temas que componen cada curso" (p. 77).

También Guacaneme (2010) [10] señala que el estudio de la historia debe situarse pedagógicamente en la práctica matemática. Así, la matemática puede leerse críticamente en relación con la historia valida el papel del lenguaje matemático como edificador del discurso de quien intenta dar cuenta de lo comprendido; el lenguaje matemático es sobre todo un lenguaje para razonar, pues aprender matemática tiene sentido en la medida en que se mejore el razonamiento de tal manera que quien aprende sea más razonable en su actividad cotidiana. Lo que se quiere decir es que comprendemos el lenguaje matemático en la medida en que seamos capaces de explicar nuestros razonamientos en lo que leemos y comprendemos.

Leer un texto matemático no es lo mismo que leer un texto literario, dado que en el primero se requiere de formas de representación y registro para la comprensión de un concepto que el texto literario no involucra (Emig, 1977). Ochoviet (2015) sostiene la posibilidad de utilizar textos literarios en la clase de matemáticas si se tiene en cuenta la literatura matemática como ámbito para crear problemas o si se busca el corazón matemático en ciertas obras literarias (Collellmir, 2011) [11].

Si para muchos es crítica una persona que piensa, lo es mucho más si razona; la lógica y la matemática coadyuvan en la formación de un lector crítico. No obstante, este razonar no es solo a partir de la lógica clásica tradicional; se requiere, más allá de la deducción y la inducción, la abducción y así poder hablar de una lectura crítica en clave histórica y abductiva. La abducción es "un método para formar una predicción general sin ninguna verdadera seguridad de que tendrá éxito" (Peirce, 1974, p. 40); es el proceso, que, junto con la deducción y la inducción, media para proponer hipótesis y dar cuenta de aquellos hechos que nos sorprenden. La abducción es una conjetura espontánea de la razón y una de las herramientas teóricas para introducir una hipótesis nueva en la ciencia. La abducción es entendida desde Peirce (1970) como una forma de razonamiento creativo que permite enfrentar lo inexplicable en tanto haya un hecho sorprendente que, dado como consecuente, permite la búsqueda de una causa explicativa, antecedente previo que motiva al consecuente, y la formulación de una regla. El hecho sorprendente es algo anómalo o irregular muy diferente de todo lo observado, mientras la causa es una proposición que explica el hecho sorprendente.

[6] *González, P. (2004). La Historia de las Matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. Suma, (45), pp. 17-28.*

[7] *Celeste, M. y Sgreccia, N. (2017). Enseñar Matemática con un enfoque histórico en la escuela secundaria. Revista de la Escuela de Ciencias de la Educación, año 13, núm. 12, vol. 2, pp. 107-127.*

[8] *Guzmán, M. de (1992). Tendencias Innovadoras en Educación Matemática. Buenos Aires: OMA.*

Jorge, F., Paixão, F., Cabrita, I. (2010). Contributos para a integração da história da matemática na formação inicial de professores. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T.A. Sierra (eds.). Investigación en Educación Matemática XIV (pp.365-377). Lleida: SEIEM.

[9] *Várrilly, J. (1986). La Enseñanza de las Matemáticas con un Énfasis Histórico. En Revista Filosófica, Universidad de Costa Rica. XXIV (59), 75-78.*

[10] *Guacaneme, E. (2010). El conocimiento histórico en la formación integral de un profesor de matemáticas. Manuscrito. Doctorado Interinstitucional en Educación, Universidad del Valle. Cali, Colombia.*

[11] *Collellmir, D. (2011). El corazón matemático de la literatura. Tarragona: publicaciones URV.*

La lectura y la escritura pueden transcurrir simultáneamente si se quiere comunicar lo entendido en matemáticas; máxime si se cree que escribir en matemáticas puede ayudar a mejorar la escritura en general, pues "escribir puede ser una tarea efectiva y una herramienta para el aprendizaje de las matemáticas" (Freitag, 1990, p. 16) [12]. Díaz-Barriga y Hernández plantean la producción de textos como "un proceso cognitivo que consiste en traducir el lenguaje representado en un discurso escrito coherente" (2002, p. 246) [13] .

Acevedo, García & Aragón señalan que la incorporación de la historia de la ciencia en la enseñanza permite comprender cómo "…los científicos encaran los retos de sus investigaciones, o la labor de la comunidad científica en la construcción de las ideas científicas y su ajuste con la evidencia empírica" (2015, p. 409) y de paso "conocer los razonamientos que ayudaron a los científicos del pasado a interpretar los fenómenos científicos" (Acevedo y García, 2016, p. 10) [14].

Resultados y análisis de resultados

Con los estudiantes del mencionado curso se vivió una experiencia estética desde la escritura de relatos históricos sobre la base de que los profesores necesitan de una mediación didáctica para la implementación del enfoque histórico.

En este sentido, Acevedo, García & Aragón (2015) proponen el relato histórico como documento de partida; el mismo que proponemos aquí como texto de llegada al considerar el ensayo histórico como el texto de partida. Estos autores sugieren una metodología en tres fases: 1. lectura del caso histórico y respuestas a las cuestiones; 2. puesta en común de las respuestas de los equipos a las cuestiones formuladas y 3. conclusiones tras la puesta en común. Son las mismas que aquí utilizamos haciendo algunas adaptaciones, pues pretendemos la producción de un relato histórico.

La metodología que proponemos empieza por el planteamiento que hace el docente de cuestiones sobre el caso histórico (1), después de un tiempo en el cual los estudiantes llevan a cabo el proceso de indagación y responden las preguntas, se hace una puesta en común donde todo el grupo debate sobre las respuestas encontradas (2); acto seguido el docente sitúa los hallazgos científicos en un contexto social y cultural (3), al tiempo que propone la creación de un relato histórico en clave abductiva (4).

Una vez los estudiantes hacen todo el proceso y escriben el relato histórico sobre lógicos como Bertrand Russell, George Cantor y Lewis Carroll, entre otros, se hace una conversación con base en cinco preguntas evaluativas. Un ejemplo de relato de ficción puede verse en *https://view.genial.ly/5b1a8f3b26ce1a1a94f812f3/lewis-en-el-pais-de-lo-abstrato*

Respecto a la pregunta 1: ¿Qué dificultades enfrentó durante la escritura del relato?, los estudiantes manifiestan:

enfrentar las creencias (E1);
más ventajas que dificultades (E3);
planeación de las ideas, búsqueda de información, cohesión y coherencia en la escritura (E6).
(Registros tomados en el curso Desarrollo del Pensamiento Lógico, en mayo de 2018)

A la pregunta 2: ¿Cómo se sintió durante la creación del relato?, todos dicen haberse sentido muy bien; valoran la metodología con expresiones como:

creamos el relato en equipo a partir de un boceto hecho para tal fin (E3);
tenemos claro que la escritura se hace muy dificultosa cuando se realiza entre varios, aunque en este caso la escritura surgió de una larga discusión (E7).
(Registros tomados en el curso Desarrollo del Pensamiento Lógico, en mayo de 2018)

La pregunta 3: ¿qué aprendió al escribir el relato?, nos muestra:

Aprendí a pensar sobre las cosas que creemos ciertas, a no lanzar juicios apresurados; aprendí que la lógica nos puede ayudar a tomar posición respecto a los problemas (E1). Los aprendizajes están por los lados de la historia de la física y su relación intrínseca con los fundamentos matemáticos (E3). Aprendí que todos los sucesos que acontecen en la cotidianidad son fundamentales en la construcción de la escritura, puesto que la vivencia engloba el sentimiento; integramos otros textos como "La divina comedia" y "Alicia en el país de las maravillas" al relato (E7). Es imposible escribir sin realizar una lectura (E8).
(Registros tomados en el curso "Desarrollo del Pensamiento Lógico, en mayo de 2018)

[12] *Freitag, M. (1997). Reading and Writing in the Mathematics Classroom. The Mathematics Educator. V. 8 (1). pp. 16 – 21. Disponible en http://math.coe.uga.edu/tme/issues/v08n1/3freitag.pdf*

[13] *Díaz, F. y Hernández, G. (2002). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. México: Mc Graw-Hill.*

[14] *Acevedo, J. García, A. y Aragón, M. (2016). Un caso de Historia de la Ciencia para aprender Naturaleza de la Ciencia: Semmelweis y la fiebre puerperal. En Eureka, 13(2), 408-422.*

Acevedo, J. y García, A. (2016). Algo antiguo, algo nuevo, algo prestado. Tendencias sobre naturaleza de la ciencia en la educación científica. En Eureka, 13(1), 3-19.

Los estudiantes reconocen la importancia de no creer todo a pie juntillas ni a interpretar de manera literal todo lo que se lee; dicen haber aprendido a integrar la historia en el estudio de la ciencia, en este caso, de la lógica y la matemática.

Respecto a la pregunta 4: ¿Cree que el relato podría utilizarse como mediación para desarrollar el pensamiento crítico?, todos los estudiantes dicen que sí, porque

El relato ayuda a reflexionar sobre la vida (E1). Escribir un relato implica indagar, buscar información, manejar bien el tema y acoplar todo (E2). Muchas veces nos dan la física como productos acabados y se atribuyen leyes, postulados, definiciones y teorías a ciertos científicos, sin embargo, se ignora el hecho de que existieron otros personajes que también aportaron al constructo del conocimiento científico (E3). El relato, contiene, además de la intención del autor, hechos históricos que dan cuenta de diferentes puntos de vista (E4). Al permitir la unión de datos históricos con la imaginación, da paso a que el pensamiento crítico se expanda, esto se da porque la persona puede indagar y proponer escenarios acordes con el contexto donde el personaje vivió (E5). El relato integra aspectos fundamentales enmarcados en una situación que lleva al estudiante a formular preguntas que se salen del cuento y entran en la cotidianidad (E6). Es fundamental saber organizar y razonar sobre lo que se sabe para crear una estructura escrita concisa y clara (E9).

(Registros tomados en el curso "Desarrollo del Pensamiento Lógico, en mayo de 2018)

Estas voces dan valor a la metodología en tanto manifiestan que esta requiere del pensamiento crítico en la comprensión científica. Los estudiantes cuestionen la manera como han estudiado la física y la matemática y enfatizan que el relato abre posibilidades para hacer más humana la enseñanza de las matemáticas y de paso comprender lo humano que hay en los grandes matemáticos.

Las respuestas anteriores se refuerzan con la pregunta 5: ¿Cree que esta metodología ayuda a una mejor comprensión de la matemática y la ciencia?, frente a la cual, los estudiantes de matemáticas y física no dudan en decir que sí y dan argumentos como:

Saber él porque los autores escribieron o explicaron ciertos fenómenos o problemas matemáticos, nos ayuda a comprender mejor la ciencia (E1). Ayudan a comprender temáticas científicas, en este caso de matemáticas, ya que no solo se conoce el tema sino también cómo surgió, se conoce su historia, quién lo inventó y su contexto. Todo lo anterior permitirá a un maestro tener más claridad y seguridad a la hora de enseñar un tema, e incluso implementar metodologías diferentes a las tradicionales (E2). El relato contribuye a la comprensión de la matemática, sitúa un tiempo y un espacio que resultan de ayuda tanto a estudiantes como a docentes en la construcción de significados matemáticos (E4). Todo lo que permita conocer la historia de las ciencias ayudará a su comprensión, puesto que la matemática es algo más que solucionar ecuaciones (E5).

(Registros tomados en el curso "Desarrollo del Pensamiento Lógico, en mayo de 2018)

Nuevamente los estudiantes señalan que esta es una buena manera de evaluar la comprensión de la matemática y su relación con otras ciencias; consideran que el relato puede ser una razón para entender mejor el porqué de las cosas que pasan en la ciencia y coinciden en que la literatura es indudablemente una herramienta que puede potenciar la comprensión de cualquier ciencia. Uno de los relatos es "El País de lo Abstracto", en el cual el personaje es Lewis Carroll y retoman varios conocimientos disciplinares derivados del curso. El relato es escrito por los estudiantes: Manuela Mesa, Kevin Caro y Sebastián Suárez, y puede leerse completo en *https://view.genial.ly/5b1a8f3b26ce1a1a94f812f3/lewis-en-el-pais-de-lo-abstrato*

Al comienzo hay una narración biográfica que muestra no solo el conocimiento de Lewis Carroll sino la introducción al relato

Carroll tiene demasiada sed y bebe la copa, inmediatamente después de terminada, Carroll se encuentra demasiado ebrio y se da cuenta de que en el fondo del salón hay una puerta que decía "bienvenido al país de lo abstracto". La curiosidad de Carroll fue extrema y entró por la puerta. (Relato de Manuela Mesa, Kevin Caro y Sebastián Suárez).

Los estudiantes pudieron haber hecho que Carroll no bebiera la copa, pero utilizan el conocimiento del personaje para saber que él bebería sin duda la copa de vino, además, el hecho de beberla permite darle cierto intrincamiento abstracto al relato.

Al abrir la puerta se encuentra frente a tres posibilidades nuevas que son: infierno, purgatorio y paraíso. El infierno se refiere al nudo insoportable que nos cuestiona como maestros en formación y nos lleva a pensar cómo resolver aquello que debemos resolver:

Cada que Carroll se acercaba, aquella voz gritaba con fuerza y se desgarraba en quejidos +¿POR QUÉ DIABLOS SON IMAGINARIOS SI NO EXISTEN?, Carroll se acercaba más, +¿QUÉ SIGNIFICA REPRESENTACIÓN POLAR DE ESTOS NÚMEROS MUERTOS COMPLEJOS?, Carroll comenzaba a temblar, pero aún se acercaba más, +¿POR QUÉ LOS IMAGINARIOS SON COMPLEJOS?, Carroll sentía que sus piernas se trocaban, las manos temblaban fuertemente y tenía una taquicardia infernal, pero se acercaba más, mientras la voz gritaba +¿QUÉ ES LA FORMA BINOMIAL DE UN COMPLEJO?, finalmente, la voz emitió un grito monumental, uno, que de no ser por el estado de embriaguez en el que se encontraba Carroll, lo hubiese despertado +¿POR QUÉ SI SON NÚMEROS IMAGINARIOS ESTOS FORMAN UN ESPACIO VECTORIAL CON LA ADICIÓN Y ESTE ESPACIO ES REAL? ¿POR QUÉ?, Carroll al escuchar tremendo alarido, quiso salir corriendo, pero algo le tocó la espalda y cayó desmayado. (Relato de Manuela Mesa, Kevin Caro y Sebastián Suárez).

Se refieren aquí, entre otras cosas, a la posibilidad de imaginar los números imaginarios y establecer la diferencia entre estos y los números complejos; si es posible que un imaginario sea complejo y viceversa, cómo reconocer estas extrañas criaturas. Así también, los estudiantes cuestionan aquí la posibilidad de que estos formen un espacio vectorial.

La segunda puerta, el purgatorio, se refiere al despertar para seguir padeciendo algo que le pasa al ser humano cuando está en aparente calma, pero la mente es un caos dado que lucha por resolver una situación encontrada en el infierno; aquí los estudiantes plantean el laberinto, donde se resuelve la situación, pero no se llega a la solución, sino que el laberinto es el proceso mismo de búsqueda heurística y de solución:

Carroll sintió su mente demasiado alterada, había demasiadas voces, hablaban niños, lloraban ancianos, gemían mujeres, quebraban vasos, golpeaban hombres, pasaban tizas por un tablero, explotaban bombas, caían monedas, el tictac de los relojes era fuerte y demasiado continuo… Una niña comenzó a gritar ¡Conjuntos, a la orden los conjuntos!, Un hombre saludó ¡Señorita, bienvenida al restaurante Conjuntos!, una anciana gritó ¡Teresa, pásame la caja de conjuntos, de inmediato!, un cliente reclamó ¡Qué asquerosidad de vino, por favor, tráigame un vino conjuntos!, una adolescente desesperada lloraba ¡Qué desgracia, estoy embarazada de conjuntos!, Un panadero cantaba ¡En 5 minutos salen los conjuntos del horno!, un boxeador repetía como un loro ¡En el segundo round destrozaré ese conjunto!, y así… todos, todos repetían conjuntos, conjuntos, conjuntos, conjuntos…

(Relato de Manuela Mesa, Kevin Caro y Sebastián Suárez).

Se asiste ahora al encuentro entre pedagogía, matemática y estética; algo parecido hay con un aula de clase donde hay un desorden a veces ordenado.

Al tiempo que se referencia uno de los conceptos más ricos del pensamiento matemático: los conjuntos. Estos últimos, según los autores abundan por todas partes como lo que son: colecciones de cosas, conjuntos, sugiriendo indudablemente otra de las paradojas más sonadas de la matemática relacionada con la teoría de conjuntos.

En la tercera parte, el paraíso, Carroll presenta un estado de calma suficiente para resolver la paradoja que encuentra. Aquí se presenta la resolución a manera de desenlace y valoración de lo que se necesita para habitar ese espacio de la lógica:

Finalmente, el pensamiento que Carroll tuvo durante los días siguientes al increíble sueño no solo fue la solución de esa paradoja, sino de muchas más, la investigación de conjuntos, y por supuesto de los números complejos. Allí Carroll se dio cuenta de que su felicidad estaba orientada a la lógica matemática, y renunció con la cabeza en alto a su antiguo infeliz trabajo.

(Relato de Manuela Mesa, Kevin Caro y Sebastián Suárez).

Los estudiantes destacan la importancia de la lógica matemática para resolver diversas situaciones de la matemática misma de la vida real. La salida inteligente de Carroll, como la de muchos de ellos, es el estudio de la lógica, pues permite, junto con la estética, agregar algo nuevo y útil a la vida, al tiempo que nos volvemos más críticos de los procesos comunes.

Conclusiones

En síntesis, puede decirse que los estudiantes participan más activamente en la construcción del conocimiento matemático si se integra la historia a la enseñanza de la ciencia desde una lectura crítica; esto requiere un profesor preocupado por la conciencia crítica y social y el espíritu científico. Una persona crítica debe no solo abrir los ojos sino estar dispuesto a ver, no abrir la boca por abrirla sino porque quiere decir lo que tiene que decir en relación con lo que pasa; esto incluye dejarse sorprender, pero no enmudecer frente a la verdad.

En esto último, la lógica abductiva ayuda a hacer nuevas construcciones tendientes a develar aspectos que pueden estar ocultos a los ojos de la clase. El lenguaje escrito es una forma complementaria de comunicación y un medio importante para reflexionar sobre la comprensión matemática; de aquí que llevar la narrativa a la clase de matemática permite aproximar el lenguaje, la experiencia y la historia, para comprender que la matemática no es una revelación divina sino una construcción humana.

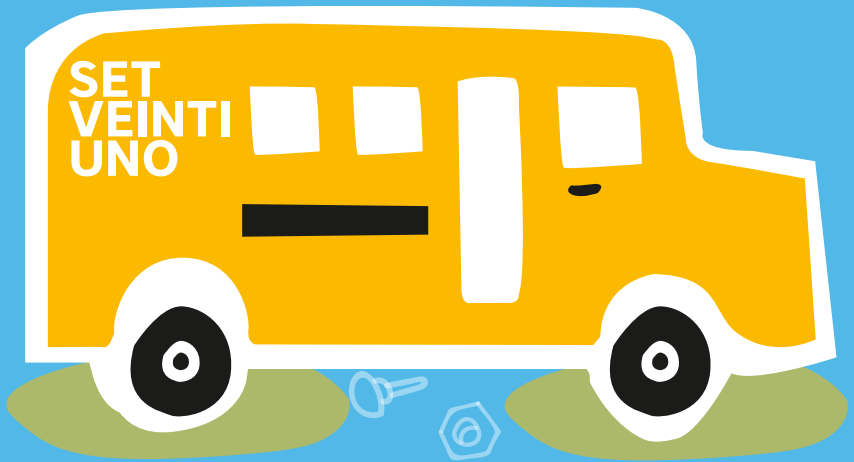
Existen diversas maneras de trabajar la lectura crítica en la clase de matemáticas; una de ellas es la integración en un enfoque crítico y abductivo que posibilite el desarrollo de procesos mentales en la escritura de un relato de ficción. Nos referimos a procesos como indagar sobre la mente de los grandes matemáticos, plantear hipótesis que serán comprobadas con la información recopilada a la luz de la historia de la matemática, abstraer lo necesario para comprender el fenómeno matemático en cuestión y, finalmente, escribir el texto pedido. Los resultados encontrados permiten afirmar que la historia de las matemáticas y la literatura son prácticas potenciales para desarrollar habilidades y competencias matemáticas. Esto ayuda a asumir la matemática como un cuerpo en crecimiento constante que desarrolla el pensamiento crítico de los estudiantes. **RM**

SET VEINTI UNO

"El 80% de los niños que están en primaria trabajarán en profesiones del ámbito digital que aún no existen".

Observatorio para el Empleo en la Era Digital

Set Veintiuno es la propuesta de Santillana para desarrollar en los niños y jóvenes las habilidades necesarias para enfrentar los retos del futuro.



setveintiuno.com

Germán Andrés Combariza González

Posdoctor en ciencias de la computación. Doctor de la Universidad del Oeste de Ontario (Western University UWO). Magister en matemática pura de la Universidad de los Andes. Profesor asistente en el departamento de matemáticas de la Pontificia Universidad Javeriana.

La investigación matemática en Colombia

Cuando pensamos en investigación matemática, a muchos colombianos lo primero que se les viene a la cabeza son "maneras nuevas" de hacer cálculos, multiplicaciones más sencillas y otros métodos que aparecen en Internet cada día, y que en mi opinión no son tan útiles. Tristemente los matemáticos somos tildados de numerólogos, y la verdad, quienes tienen este preconcepto en su cabeza no tienen la culpa. Si usted se toma el tiempo de leer estas cortas líneas, espero que al final tenga otro concepto de las matemáticas y de los matemáticos.

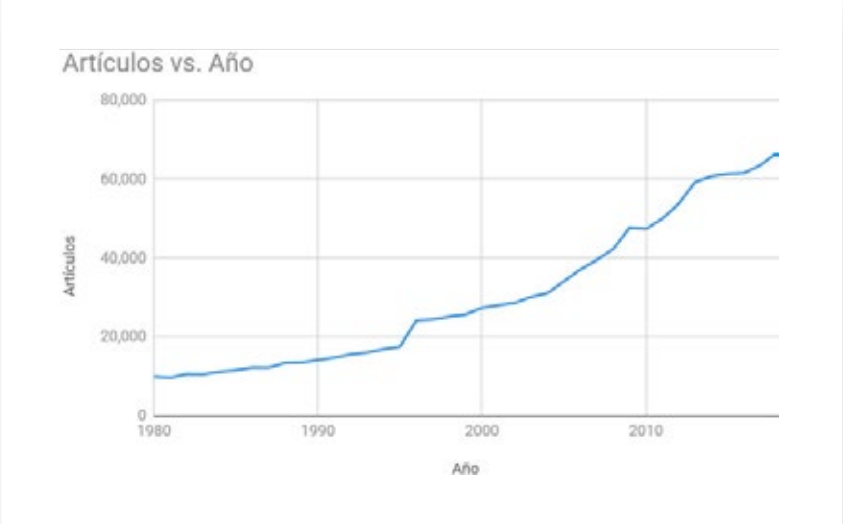
Cuando exonero de culpa aquellos que no saben el quehacer de un matemático lo hago a cuenta propia. Mi primera opción de carrera fue ingeniería de sistemas, y comencé por ese camino. Después de casi dos o tres semestres me enteré que existía una carrera de matemáticas puras, que me gustaba, y fue allí donde todo comenzó. Hoy en día trabajo en dos temas que me apasionan, el álgebra y el aprendizaje de máquinas, de este último voy a mostrarles algunas aplicaciones al final de este artículo, permítanme antes hablar de la investigación en matemáticas puras en Colombia haciendo una pequeña investigación al respecto.

Si alguien se pregunta si aún se "crean" matemáticas nuevas, permítanme decirle que según la base de datos scopus [1], en el año 2018 se publicaron 66.852 artículos de matemáticas puras o relacionados en todo el mundo y en lo que lleva del año 2019 se han publicado 36.699 artículos y aun hay

DISPONIBLE EN PDF

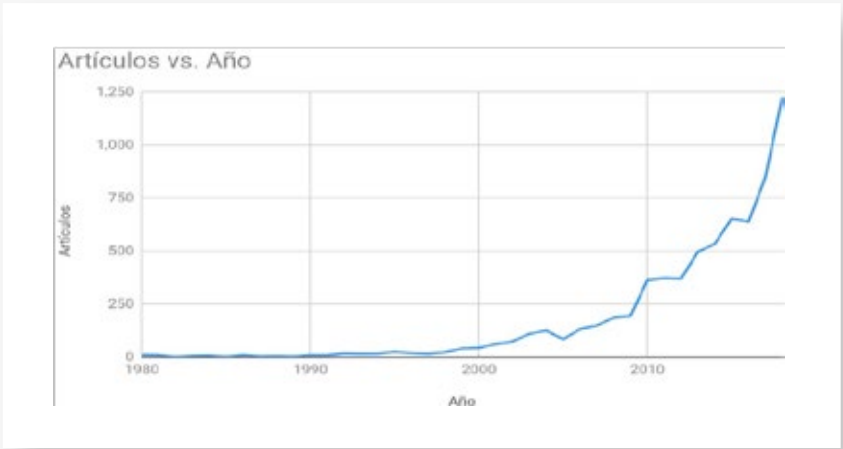
http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/la-investigacion-matematica-en-colombia/

revistas que ya tienen listos 176 artículos para el año 2020. La siguiente figura muestra el crecimiento que han tenido los artículos publicados en matemáticas en todo el mundo según scopus.



Vale la pena mencionar que para que un artículo se publique tiene que pasar por una serie de pasos como elaboración (2 años aprox.), envío y correcciones de alguna revista (1 año aprox.) y finalmente publicación (1 año o menos). Así que en total, un artículo en matemáticas puras puede demorar alrededor de 4 años desde que se concibe la idea hasta que queda publicado en una revista científica.

¿Y en Colombia? También crecemos, en el año 2018 se publicaron 1.225 artículos comparado con 848 de 2017, el 2018 representa un crecimiento de casi el 140% solo en este año, este crecimiento se puede apreciar en la siguiente gráfica.



Así que tanto en el mundo entero como en Colombia las matemáticas están creciendo y a muy buen ritmo. Por ejemplo, desde el año 2011 campos con presupuestos más generosos como Medicina han publicado 18.840 artículos, mientras que matemáticas tiene 5.570, es decir casi la tercera parte de publicaciones, con mucho menos de la tercera parte del presupuesto.

Me imagino que la pregunta natural del lector es ¿Para qué sirven las matemáticas? o ¿en qué se aplican las matemáticas? Y la respuesta general es: ¡en todo! Hay matemáticas para todos y para todo. Existe por ejemplo un teorema, por el premio nobel, matemático y economista Kenneth Arrow, donde muestra que una democracia perfecta, bajo ciertos parámetros, es imposible. Este problema se conoce como La paradoja de Arrow.

A continuación quisiera presentar algunos problemas muy recientes relacionados con matemáticas y una nueva área a la que llaman “aprendizaje de máquinas”. El aprendizaje de máquinas consiste en encontrar una buena fórmula o descripción matemática a través de entrenar un algoritmo con

mucho ejemplos. Como un artículo sobre investigación, permítanme comenzar hablando de las últimas noticias en investigación. El periódico El Espectador publicó el día 24 de junio de 2019 una nota sobre el profesor de la Universidad Nacional de Colombia Francisco Gómez [2] sobre un proyecto para "predecir" los crímenes de Bogotá. Esto puede parecer ciencia ficción o una película de Steven Spielberg, pero no, es real y es un tema que se ha estudiado en otros lugares desde hace ya un tiempo, solo hay que usar su buscador preferido (que también funciona con matemáticas) para darse cuenta que la profesora de UCLA Andrea Bertozzi lleva tiempo trabajando y publicando en el tema.

Otra aplicación interesante a la biología [3] se trata básicamente de ver "cuánto" ha crecido un hongo a partir de un par de fotos microscópicas. Aunque parece sencillo el hecho de "medir", cuando se quiere hacer un proceso automático debe tener un buen algoritmo que lo respalde. En la misma revista, Plos One, acaba de salir en septiembre de 2018 otro artículo [4] que habla sobre un problema de salud pública como es la malaria y el uso de métodos matemáticos de vanguardia para entender su distribución y relaciones con otros aspectos socio-económicos del país.

Estoy seguro que en el país se están desarrollando otras investigaciones con matemáticas relacionadas a aspectos muy importantes de nuestro país, pero solamente hablo de las que conozco por ser hechas por mis colegas. De igual manera dentro del área de aprendizaje de máquinas e inteligencia artificial se están haciendo avances en muchos frentes que esperan mejorar la calidad de vida de todos. Por ejemplo el 23 de mayo de 2019 la BBC publicó una noticia [5] sobre un programa de Google hecho por investigadores de la Universidad Northwestern en Illinois que a partir de una imagen era capaz de detectar un cáncer con la misma o mejor precisión que un médico experto.

De igual manera podría seguir escribiendo párrafos de las aplicaciones de matemáticas a temas diversos, pero espero haber logrado despertar la curiosidad del lector por la investigación de matemáticas en Colombia. También espero despertar la necesidad de la industria y el Gobierno por apoyar económicamente los programas de matemáticas de todo el país. **RM**

[1] "Scopus" https://www.scopus.com/.

[2] "El matemático que quiere predecir los crímenes de Bogotá" https://www.elespectador.com/noticias/ciencia/el-matematico-que-quiere-predecir-los-crimenes-de-bogota-articulo-867606.

[3] https://journals.plos.org/plosone/article/comments?id=10.1371/journal.pone.0203786.

[4] "Malaria intensity in Colombia..." https://journals.plos.org/plosone/article/authors?id=10.1371/journal.pone.0203673.

[5] "Cáncer de pulmón:...-BBC" 23 May. 2019, https://www.bbc.com/mundo/noticias-48361832.

Raimundo Olfos Ayarzar

Doctor en Educación, University of Wales, United Kingdom. Magíster en Educación Matemática, Universidad de Santiago de Chile. Licenciado en Matemática, Universidad Católica de Valparaíso.Presidente de la Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM)

Avances y desafíos de la matemática escolar en Chile

Si bien las políticas educativas mantienen un norte común, más allá de las visiones de quienes han gobernado en Chile los últimos quince años, existe una demanda país por mayor eficiencia en la atención a los requerimientos educativos de los sectores más vulnerables. Los niveles de logro en matemática de los jóvenes en Chile se asocian a los estratos socioeconómicos (ver fig. 1). Mientras que el 72,2% de los jóvenes de estrato socioeconómico bajo muestran que no han desarrollado competencias mínimas en matemáticas, bajo el nivel 2, el valor porcentual disminuye en el estrato socioeconómico alto al 22,7%.

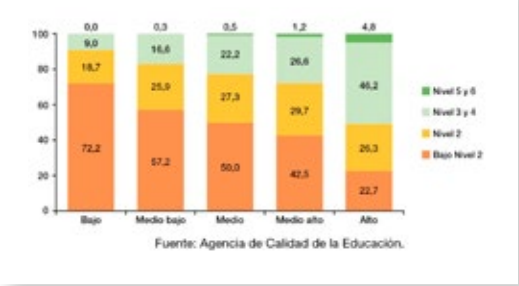


Fig. 1. Niveles de desempeño según nivel socioeconómico, PISA Matemática.

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/avances-y-desafios-de-la-matematicas-escolar-en-chile/

Considerando esta asociación, el presente escrito destaca elementos de las políticas que han permitido a Chile tomar el liderazgo latinoamericano en la matemática escolar, para luego discutir los aspectos débiles de tales políticas que tensionan y desafían a los responsables de las políticas educativas y los planes de acción futura.

1. ¿Cómo mantiene Chile, a nivel latinoamericano, el liderazgo en los logros en matemática?

Chile se ha mantenido como el país de Latinoamérica con mejores logros en los últimos años, ver fig. 2. Esto va de la mano con una visión holística del fenómeno educativo. El reconocimiento de la naturaleza multidimensional de los factores intervinientes ha llevado a la articulación de iniciativas enfocadas en variables claves que, si bien son difíciles de alterar, movilizan al sistema en su totalidad.

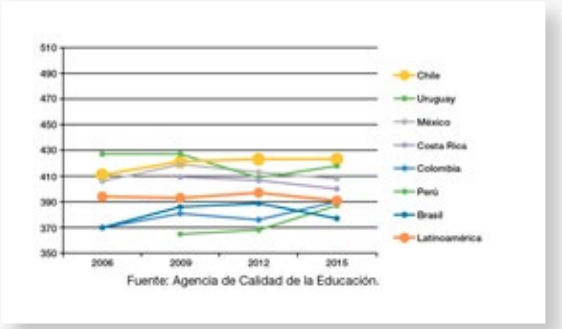


Fig. 2. Logros en matemáticas de países de Latinoamérica en las últimas evaluaciones PISA.

¿En qué consiste la visión holística? Claramente es complejo, por no decir atrevido, aventurar que determinada educación impartida y sus logros alcanzados son pertinentes o son los mejores. En efecto, la educación se ofrece para que las nuevas generaciones se integren y contribuyan a conformar una sociedad acogedora, próspera y sustentable. Sin embargo, son numerosas las incertidumbres sobre el futuro.

Vivimos en una sociedad digital, con problemáticas como el cambio climático y la escasez de recursos hídricos; además, se predice una robotización intensa que afectaría los modos de producción y que acrecentará la fluctuación de los puestos de trabajo. Por otro lado, hoy imperan formas de comunicación que han llevado a nuevas visiones de vida y a una mayor autodeterminación, con fuerza para el género femenino y grupos menos representativos. Todo esto revela problemáticas globales emergentes que están exigiendo a los ciudadanos capacidades para manejarse en su realidad con los elementos y las situaciones que enfrentan. Los ciudadanos de esta sociedad requieren desarrollar un pensamiento crítico y flexibilidad para atender la resolución de problemas imprevistos.

Específicamente, tendrán que manejar datos diversos y cambiantes, y en este contexto, poner en juego sus competencias matemáticas. De este modo, se espera que la educación matemática brinde herramientas para actuar en el mundo social y natural, y que provea ambientes respetuosos, de indagación, modelación y dominio disciplinar. Esta posición se perfila en las declaraciones de las Bases Curriculares actuales, que establecen:

"La matemática es en sí misma un aspecto importante de la cultura humana: es una disciplina cuya construcción empírica e inductiva surge de la necesidad y el deseo de responder y resolver situaciones provenientes de los más variados ámbitos. Además, aprender matemática es fundamental para la formación de ciudadanos críticos y adaptables; capaces de analizar, sintetizar, interpretar y enfrentar situaciones cada vez más complejas; dispuestos a resolver problemas de diversos tipos, ya que les permite desarrollar capacidades para darle sentido al mundo y actuar en él. La matemática les ayudará a resolver problemas cotidianos, a participar responsablemente en la dinámica social y cívica, y les suministrará una base necesaria para su formación técnica o profesional".

Asimismo, un punto de especial atención se refiere al hecho de que el sistema educativo en Chile provee de educación a sujetos disímiles, con identidades diversas, pero a la vez, con igualdad de derechos. La educación se ofrece a niños y jóvenes que se constituyen en ciudadanos con múltiples realidades vivenciales, que manifiestan diversas aspiraciones, intereses, habilidades y exigencias contextualizadas.

Aquí emerge un requerimiento básico: una educación matemática pertinente con la vida de las personas, que ofrezca experiencias significativas, útiles y funcionales, tanto para el presente como para el futuro de cada persona. Esta aspiración, en esencia universal, se manifiesta de manera poco consensuada en la diversidad, usualmente asociada a expectativas

y visiones de mundo subjetivas, que, para muchos, constituyen contextos de adversidad, en una sociedad segmentada en que los estratos más desposeídos toman conciencia de sus desventajas y limitaciones.

En síntesis, si bien no es posible asegurar que la educación matemática impartida en Chile es la mejor, sí se reconocen metas y logros consensuados y, particularmente, metas pendientes y deseadas cuyo logro, aunque sea parcial, tiende a valorarse en cuanto en su momento fueran declaradas de interés común. El acercamiento al logro de tales metas, constituyen, aunque sea transitoriamente, los indicadores de logros y las bases argumentativas para declarar el éxito de la educación matemática en Chile. Es allí donde se aprecia, por un lado, la aspiración como país de alcanzar mejores logros en evaluaciones internacionales y, por otro, que esas mejoras provengan de aportes y de la integración de los grupos sociales más débiles.

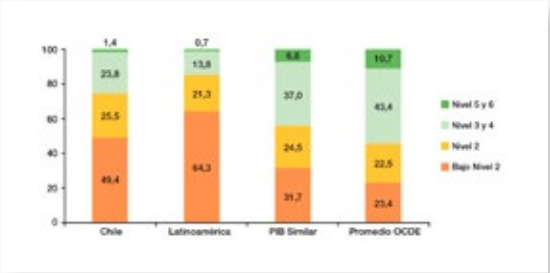


Fig. 3. Resultados de Chile, Latinoamérica, países de PIB similar y promedio OCDE.

Como se observa en la fig. 3, en Chile el 49% de los jóvenes que participaron en la evaluación PISA no ha desarrollado las competencias básicas en matemáticas. Ese porcentaje aumenta al 64,3% en Latinoamérica, pero disminuye al 31,7% en los países de PIB similar al de Chile. En complejo escenario se ubica la visión holística de la política chilena para asegurar su nivel de logro y calidad en educación matemática.

2. Desde la visión holística a las variables que movilizan los logros en el sistema

Los tres polos que reconoce la didáctica de la matemática como fundamentales para modelar la problemática de la mejora de los logros en las matemáticas escolares son el estudiante en contexto, la matemática y el medio, representado, este último, por el profesor. Estos tres elementos constituyen los factores o variables básicas en cuya intervención se pretende alterar los logros en la educación matemática en Chile.

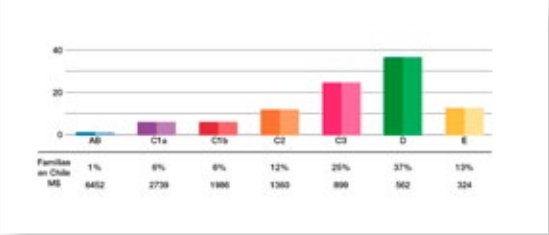
2.1. Políticas orientadas a apoyar al estudiante

En cuanto al estudiante, las normativas se han enfocado, más allá de su afección en la dimensión cognitiva, en afianzar su identidad como sujeto social. Efectivamente, las intervenciones de las políticas educativas apoyan al estudiante por medio de leyes que afectan al entorno sociocultural en el que se desenvuelve y le ofrecen mejores condiciones para aprender. Entre estas normativas se cuentan, la

ley de financiamiento compartido (1980), la ley de jornada escolar completa, la ley de obligatoriedad de la educación desde el kínder hasta el grado 12, y ley de Subvención de Educación Preferencial. La primera se creó bajo la hipótesis de que las familias estarán dispuestas a pagar más por un mejor servicio y a exigir por el buen uso de los recursos. Las siguientes dos leyes, apuntan a que la totalidad de los niños tengan una escolaridad completa con un servicio más homogéneo. La última ley tiene como propósito que se ofrezcan mejores circunstancias a quienes viven en condiciones de vida más precarias.

En la medida que el sistema educativo provee mejores condiciones y un mejor ambiente de aprendizaje, mayores son las posibilidades de involucrar a los estudiantes en las tareas escolares. Por ende, para mejorar los aprendizajes, es importante que las condiciones psicológicas, físicas y medioambientales en que trabaja el estudiante sean apropiadas. En este sentido, se requiere velar por la integridad, seguridad y contexto socioemocional de los estudiantes en el aula, las condiciones de salud y alimentación del estudiantado, incluso, la luminosidad y temperatura de la sala de clases. Es una preocupación para el sistema que el trabajo en el aula se realice en buenas condiciones, con salas limpias y en un ambiente grato y afable que propicie la interacción.

Paralelamente a estas leyes que regulan la distribución de los recursos para la educación de los estudiantes, están las adecuaciones de normativas estructurales como la ley orgánica constitucional para la educación, que define los objetivos de la educación básica y media, y ubica a los padres como los primeros responsables de sus logros; la Ley de Aseguramiento de la Calidad, que crea un sistema de aseguramiento de la calidad a partir de una nueva institucionalidad basada en cuatro estamentos: la Ley de Inclusión, que pone fin al lucro, la selección y el copago en establecimientos que reciben financiamiento del Estado; y, recientemente, la Ley de la Nueva Educación Pública que crea el sistema que está absorbiendo a la educación municipal a nivel central, consolidando los Servicios Locales de Educación como el ente sostenedor de los establecimientos públicos de un territorio, para así proveer mejores condiciones de educación y atención ante la asimetría de la segmentación social en Chile, en que el 75% de las familias podría estar viviendo apremios ante requerimientos básicos de alimentación, vestuario y vivienda. Como podría desprenderse de las relaciones visibles en la Ffig. 4.



Fuente: Asociación Investigadores de Mercado / Adimark
Fig. 4. Porcentaje de familias según grupo socioeconómico en Chile y promedios de renta.

Conforme a los datos que dan origen a la fig. 4, en el tramo C3, más de la mitad de quienes sostienen el hogar se desempeña en oficios calificados y casi la mitad lo constituyen técnicos profesionales. En el tramo D, casi la totalidad (93%) trabaja en oficios sin requisito de educación formal, tratándose, principalmente, de operadores y vendedores. En virtud de los antecedentes, se pueden establecer asociaciones entre las condiciones materiales de vida de las personas y los niveles de educación alcanzados, usualmente asociados a oportunidades de especialización y logros académicos personales.

El estudiante aprende en relación con su edad, con los conocimientos y habilidades que ya trae al aula, de acuerdo con sus intereses, su personalidad y su carácter. Esto es, tanto factores afectivos, emocionales, cognitivos, como motores. En relación con el contexto del estudiante, importan las expectativas que emergen de su interacción con el medio, los aspectos socioculturales y, fuertemente, los económicos que están afectando su condición alimenticia, su estado socioemocional y sus expectativas de futuro. Dado que el desarrollo de los niños está asociado a la educación alcanzada por la madre, al poder adquisitivo familiar y al ambiente o medio escolar en el cual se desenvuelven, es de particular interés para las políticas educativas ofrecer una educación que atienda los casos en que los contextos familiares son de alto riesgo.

Las normativas legales que fueron citadas en párrafos anteriores están afectando la calidad de la educación de los niños y jóvenes en su totalidad, y se asocian, de plenamente, con las oportunidades de estudiar y aprender más y mejor matemática. En lo que sigue del presente escrito, se mencionan normativas cuyos efectos recaen en la dimensión curricular, en el ámbito disciplinar, la matemática que se enseña y los logros que los estudiantes alcanzan.

2.2. Políticas orientadas a mejorar el nivel de la matemática escolar

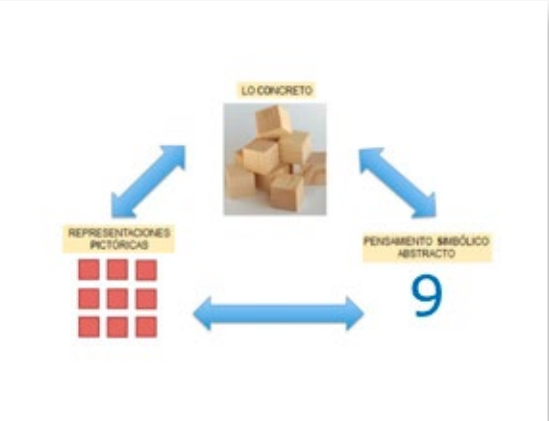
Nos referimos a normativas que se han constituido en leyes asociadas a la disponibilidad de recursos por parte de los estudiantes, como el acceso a computadores provistos por Enlaces, a la disponibilidad de textos distribuidos por el Gobierno, a la posesión personal de computadores, al acceso a Internet en grado 7 y a la tenencia suficiente de útiles escolares entregados por el Estado. Estos aportes gubernamentales se asocian a modificaciones en el acceso a la matemática de gran parte de la población de los escolares en Chile.

Otro conjunto de normativas, se refieren a la obligatoriedad de la participación en las evaluaciones nacionales en los grados 4, 8 y 10, en el SIMCE, que deja constancia de los niveles de logro de los estudiantes en virtud de los grupos cursos y escuelas en las que los niños y jóvenes están insertos. En la misma dirección evaluativa, se destaca la decisión política de Chile de participar en las mediciones de TIMMS y PISA, permitiéndole a la nación contar con referentes internacionales asociados a logros de aprendizajes y el desarrollo de competencias en matemáticas.

¿Cómo el tipo de matemática y la modalidad en que se trata en el currículo y se trabaja en el aula afecta el nivel de logros de los estudiantes en esta área? Esto se entiende mejor al reflexionar sobre los ajustes curriculares que se han producido a lo largo de los años en Chile. Por ejemplo, la decisión de tratar contenidos de la aritmética en grados escolares cada vez más bajos, la incorporación de contenidos de pensamiento algebraico en cursos inferiores y la inclusión de representaciones y tratamientos de datos estadísticos en educación básica, constituyen acciones políticas que afectan las oportunidades de aprendizaje de los escolares en las escuelas de todo el país. La secuencia, profundidad y dosificación curricular; la selectividad y, en otros casos, obligatoriedad de contenidos de aprendizajes; los énfasis bien dosificados en la estructura y en los métodos de argumentación y demostración en matemáticas; la mantención de tareas matemáticas con alto nivel de demanda cognitiva en los ejemplos presentados en los programas de matemáticas; la acentuación de los aprendizajes conceptuales, las relaciones y el encadenamiento con los aprendizajes procedimentales, como las técnicas y algoritmos de cálculos; y la valoración de la modelación y la resolución de problemas como actividades centrales en el quehacer en matemáticas, hacen de los ajustes y permanentes cambios curriculares, poderosas herramientas para la mejora de los niveles de competencia matemática de los ciudadanos de Chile.

Las Bases Curriculares para la Educación Básica (2012), por ejemplo, ponen de relieve la importancia del tránsito a la representación simbólica con solidez a partir de una etapa en que lo concreto se representa icónicamente, con imágenes y representaciones pictóricas, para más tarde avanzar progresivamente hacia un pensamiento simbólico-abstracto.

Los objetivos de aprendizaje declarados en las Bases Curriculares mantienen esa progresión de lo concreto a lo pictórico (icónico) y a lo simbólico (abstracto) en ambos sentidos, que se denomina con la sigla COPISI, ver fig. 5. Este tipo de consideraciones presente en el currículo actual y los ejemplos provistos previamente en atención a las innovaciones curriculares en Chile, dejan de manifiesto cómo los cambios curriculares, relacionados con qué y cómo enseñar en matemáticas, tienen impacto hipotético en los logros de aprendizaje y en la emergencia de competencias matemáticas en las nuevas generaciones.



Fuente: Bases Curriculares Matemática 1.° a 3.° básico, Orientaciones a los docentes 2012.
Fig. 5. Secuenciación de representaciones establecida en las Bases Curriculares para la enseñanza de la matemática (CoPiSi).

Las especificaciones citadas en los párrafos anteriores se materializan en un currículo, usualmente obligatorio, sin duda, más exigente, tanto para los estudiantes como para los profesores, de manera

especial para los docentes generalistas que se ven exigidos a enseñar contenidos para los que no se sienten necesariamente preparados. La investigación ha hecho una clara distinción en lo que denomina el *currículo propuesto, implementado y logrado*. El primero se identifica en los planes y programas, y en los textos; el segundo se constata en los registros de clases y cuadernos de los estudiantes, y el último está asociado a resultados de evaluaciones, especialmente las estandarizadas, aplicadas a todos los estudiantes en determinados grados. También aportan como herramientas catalizadoras las evaluaciones internacionales como TIMSS y PISA.

2.3. Políticas orientadas a mejorar el nivel del profesorado para enseñar matemáticas

En tercer término, se destacan las iniciativas legales que tienden a mejorar la calidad del profesorado. En esta dirección, se cuenta con el estatuto docente, que fija condiciones mínimas de seguridad laboral al docente; la evaluación docente, que revela el aporte de la formación inicial docente; la beca de vocación de profesor, que otorga gratuidad de la carrera a estudiantes por sobre una desviación estándar en los resultados de la prueba de selección universitaria; la promulgación de una carrera docente que establece evaluación y parámetros de avance y desempeño para docentes en una trayectoria profesional escalonada. Por último, la integración de Chile a la participación en LLESE, un sistema internacional de evaluación de profesores que enseñan matemáticas.

Hay preguntas de interés público, ¿los profesores poseen conocimientos suficientes para enseñar?, ¿tienen interés por el aprendizaje de los estudiantes?, ¿se sienten parte de un sistema formador, que provee seguridad, afecto y expectativas positivas de futuro a sus estudiantes? A la sociedad le importa, tanto el conocimiento disciplinario como pedagógico de los profesores, incluso su equilibrio socioemocional.

La incidencia relativa del impacto del conocimiento del profesor podría explicar el 10% de la varianza en el avance de los escolares en sus competencias matemáticas (Olfos y Rodríguez, en prensa), lo que, quizás sea poco frente a otras variables más estructurales como el estrato socioeconómico cuya incidencia podría explicar el 70% de la varianza en los logros de aprendizaje. Esto lleva a los formadores de profesores a la reflexión, ¿cuán afectables son esos valores porcentuales?, ¿habrá factores afectivos del docente o motivacionales que tengan un efecto adicional? Una tarea importante que queda por delante es apoyar a los profesores en su tarea de mediar el conocimiento para sus estu-

diantes, contrarrestando los efectos asociados a la variable socioeconómicas.

En la actualidad, las políticas han apostado fuertemente por mejorar la calidad del profesorado. La beca vocación de profesor antes mencionada habría favorecido que los grupos de estudiantes de pedagogía en matemática fueran más tolerantes a tareas de mayor demanda cognitiva durante los cursos de formación en matemáticas.

Otro soporte está dado por la ley que regula el sistema de acreditación de los programas de formación de profesores. Los años de acreditación de programas incrementan en tanto los formadores de profesores tengan grado de doctor, sea mayor la disponibilidad de libros y la amplitud de las bibliotecas, se provea una formación práctica durante la carrera y no solo al final, se muestre un nivel de saneamiento económico de la universidad que ofrece el programa de formación de profesores, entre otros factores.

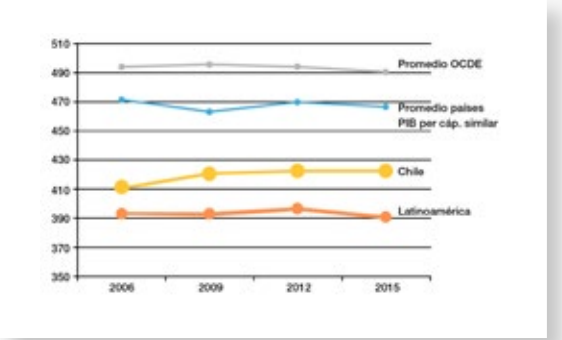
En la actualidad, el Gobierno genera convenios de desempeño con las universidades que ofrecen carreras de pedagogía, fijando estándares disciplinarios y pedagógicos para los futuros profesores en función de los conocimientos de entrada a la carrera o programa de formación.

Por otro lado, en atención a la ley de carrera docente, el estado aplica a los profesores en servicio un sistema de evaluación de la calidad pedagógica y disciplinaria que contempla pruebas de conocimiento y evaluaciones de desempeño por medio de portafolios y pautas que cotejan la actuación de los profesores en una clase grabada en el contexto de su aula. Los resultados de las evaluaciones inciden en las rentas, afectando los salarios de los profesores que pueden aumentar significativamente. Un profesor que muestra atributos de efectividad, experticia y experiencia, podría alcanzar una remuneración de 2 a 3 mil dólares mensuales por una jornada completa.

3. Aspectos débiles de las políticas educativas que orientan los planes de acción futura

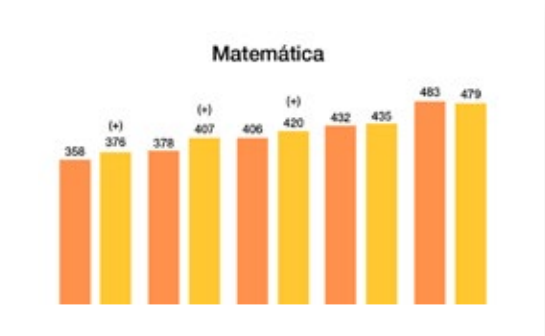
Los factores o variables que han mostrado tener mayor peso explicativo en los logros de aprendizajes escolares en matemática, como se ha destacado, se vinculan al contexto socioeconómico en el que se desenvuelven los estudiantes y, si bien el estudio McKynsey (2007) hace notar que el profesor se constituye en el factor que hace la diferencia, los datos muestran que en Chile los factores internos al estudiante, como el interés y habilidad hacia la matemática, podrían explicar bastante más la varianza sobre los avances o logros de los estudiantes que el conocimiento del profesor. Más allá de las características de los estudiantes y de los profesores, el contexto socioeconómico en Chile basta para explicar, en gran medida, la variabilidad de los logros en el aprendizaje escolar, y no solo en matemáticas. De hecho, en Chile, las escuelas con los años tienden a estabilizar los niveles de logros de sus estudiantes, con una población de estudiantes asociada a un segmento social bastante acotado, asunto que es intolerable para la nación y que, a su vez, deja en evidencia la inequidad en el país, la mayor inequidad entre los países asociados a la OCDE, según se desprende del indicador GINI.

Chile tiene un amplio margen para avanzar en matemática respecto del promedio de los países con ingresos similares, ver fig. 6. Los logros en esta área, podrían mejorar teniendo en cuenta los recursos que genera actualmente el país, y en esa dirección se han orientado las políticas públicas más recientes.



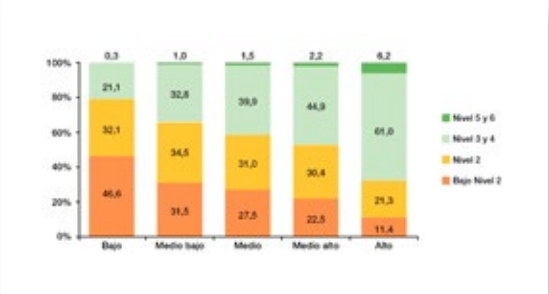
Fuente: Agencia de Calidad de la Educación.
Fig. 6. Evolución de los resultados en matemáticas en Chile respecto del promedio de países de similar ingreso per cápita, Latinoamérica y países de OCDE.

Esta realidad, que muestra al país con alto índice de inequidad social, constituye uno de los aspectos más críticos del progreso económico alcanzado por Chile. La inequidad social se instaló en la médula del sistema educativo del país y las últimas leyes pretenderían eliminarla; aspiración que tensiona y que constituye un horizonte irrenunciable para las autoridades responsables, abriéndose nuevas aristas que desafían a los líderes a considerarlas para atender a los desafíos actuales. Si bien, como lo muestra la fig. 7, se mantiene en el tiempo la brecha entre grupos socioeconómicos, se observan mejoras significativas en matemáticas de los grupos socioeconómicos más bajos entre en la década del 2006 al 2015.



Fuente: Agencia de Calidad de la Educación.
Fig. 7. Reducción de la brecha entre grupos socioeconómicos más bajos en relación con las competencias en matemáticas en años 2006 y 2015.

El desafío no está resuelto, pues las nuevas políticas mostrarán otras variables en juego. Por ejemplo, ¿cómo mejorar la habilidad para resolver problemas si existe la necesidad de entender los datos y si las competencias lectoras también están mediadas en la actualidad por el factor socioeconómico? La fig. 8, deja ver que los estudiantes del grupo socioeconómico bajo, 47%, no han desarrollado las competencias mínimas en lectura, frente a un 11% del grupo alto. Un 6% de los estudiantes de más alto nivel socioeconómico alcanza resultados avanzados en matemáticas, lo que ha sido nulo para los estudiantes del nivel más bajo.



Fuente: Agencia de Calidad de la Educación.
Fig. 8. Niveles de competencia logrados en lectura por segmento socioeconómico.

El contexto de una educación de calidad segmentada en el sistema educativo chileno no puede entenderse solo como la causa de los bajos logros, pues también constituye un efecto de las competencias que se desarrollan en familias que han alcanzado mejores estándares de vida. Por su lado, el conocimiento docente, al parecer, está aportando poco en la evolución de estos procesos. Las políticas educacionales tienen actualmente el desafío de apoyar a los profesores en su tarea de mediar el conocimiento para con sus estudiantes. Los resultados de aprendizaje y las competencias que ellos desarrollan se muestran asociadas a los entornos en que viven los niños y jóvenes. De hecho, los resultados en la prueba SIMCE se constituyen en uno de los mejores predictores para los desempeños del año siguiente y se asocian, débilmente, a los conocimientos u otros atributos del profesorado.

Es fácil ilusionarse con soluciones a partir de datos descontextualizados. Por ejemplo, los datos del 2015 muestran que los niños que habían asistido a salas cunas lograron mejores resultados, años después, en matemáticas. Sin embargo, una vez ampliada la cobertura de asistencia a jardines a los niños de familias de bajo nivel socioeconómico, en lugar de que esos niños mejoraran sus logros en matemáticas, se concluyó que los infantes que no

asisten a sala cuna tienen a futuro, los mismos resultados de quienes asisten a salas cunas.

De manera análoga, se sabe que los estudiantes que repiten cursos obtienen, en promedio, 41 puntos por debajo de quienes no repiten. ¿Acaso el hecho de que se les deje pasar de curso llevará a que tengan mejor rendimiento en las pruebas estandarizadas? Pareciera que allí no está la verdadera causa, sino más bien que se trata de fenómenos interaccionistas en que causas y efectos confluyen y se retroalimentan.

Por ello, la estrategia que ha emprendido actualmente el Gobierno se refiere a implementar sistemas de apoyos a estudiantes en riesgo de repitencia, para evitar su rezago escolar. Las metas actuales se orientan a avanzar en una educación integral, por lo que se priorizan recursos y tiempos de la jornada escolar completa en actividades de desarrollo integral definidas con la comunidad.

Frente a estos desafíos están llamados a la creatividad y a la innovación, tanto los docentes como los formadores de profesores, los autores de textos y las editoriales.

Si bien, en la década de 1980 había en el país un solo programa de posgrado en educación matemática, en el año 1995 ya había un par, y en la actualidad es posible encontrar más de media docena.

Así, en el año 2010, se crea en Chile el primer programa de doctorado en Didáctica de la Matemática y ya existen otros en educación con mención en enseñanza de la matemática y también en educación matemática.

En la actualidad, el país cuenta con una gran cantidad de educadores y especialistas en didáctica de la matemática, quienes se han educado en distintas latitudes y desarrollado diversas competencias que el país requiere articular para afrontar con nuevo aire los desafíos aún presentes de inequidad y calidad con respectos a los logros de aprendizaje y las competencias matemáticas que alcanzan las nuevas generaciones. Las recomendaciones siguen siendo, atender los desafíos con amplitud, cautela, coherencia y una visión consensuada, de modo que los logros sean compartidos e integrados. **RM**

COMPARTIR

El futuro de la educación, hoy.

santillanacompartir.com.co

Para conocer más sobre Compartir,
agenda tu cita llamando al 018000978978

Gilberto De Jesús Obando Zapata

Docente de la facultad de educación de la Universidad de Antioquia. Doctor de la Universidad de la Salle en Sistema de prácticas matemáticas en relación con las Razones. Magister en educación con énfasis en educación matemática de la Universidad del Valle.

Sistemas de prácticas matemáticas: lo individual y social del conocimiento matemático

En los últimos años, las investigaciones en didáctica de las matemáticas han dado un giro importante hacia enfoques de corte histórico-cultural, basados en los aportes de la Teoría de la Actividad. De esta manera, la comprensión de los fenómenos asociados a la actividad de enseñanza (del lado del maestro), y de la actividad de aprendizaje (del lado del estudiante), debe necesariamente incluir en la explicación, los instrumentos semióticos de orden cultural que sirvieron de base para configurar las acciones de los sujetos inmersos en el acto educativo.

Esto lleva a una mirada diferente de lo que el estudiante hace en el aula de clase al resolver una tarea, pues ya no se trata simplemente de decir si el procedimiento es o no correcto, de acuerdo a un tipo de conocimiento considerado como válido: el conocimiento formal de las matemáticas. Se debe interpretar lo realizado en el marco de las condiciones culturales que delimitaron el accionar del sujeto, y por esta vía, comprender que lo realizado es correcto desde el punto de vista de la lógica de la acción que configura la actividad del estudiante (así no lo sea desde el punto de vista del conocimiento formalizado).

Esto permite hablar en términos de lo que el estudiante sabe hacer y no desde la deficiencia, desde lo que aún no sabe hacer, entregando nuevas herramientas al profesor para la toma de decisiones sobre como orientar el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Así pues, en este artículo, analiza-

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/sistemas-de-practicas-matematicas-lo-individual-y-social-del-conocimiento-matematico/

mos algunos elementos de la Teoría de la Actividad, que nos permite constituir un marco específico para comprender la actividad matemática en el aula de clase y con base en estos elementos, analizamos la actividad de los estudiantes en una tarea específica para mostrar como la lógica de la acción de lo actuado por ellos nos enseña lo que saben hacer, generando así una mirada en positivo de la actividad matemática de los estudiantes.

"Asumimos la noción de actividad como una categoría filosófica que nos permite comprender la relación del sujeto humano, como ser social, [con] la realidad externa, relación mediatizada por el proceso de transformación y cambio de esta realidad" (Davidov, 1988, p. 11) [1]. Así, la actividad es el conjunto de acciones humanas (organizadas y estructuradas), socialmente orientadas a un fin (intencional) (Leontiev, 1978; Ricoeur, 2001) [2] y regulada por la adscripción del sujeto a un sistema de prácticas en un campo de experiencias determinado (Obando 2015) [3]. Sin embargo, dado que el individuo reflexiona sobre su práctica, se posiciona frente al sistema de prácticas que direcciona su accionar en el mundo, él re-significa su práctica, la transforma, constituyendo lo que podemos llamar su *subjetividad*: "La subjetividad aparece como forma de participación y contribución a la práctica social, de cambio y de avance, y así, como la forma en que las realizaciones prácticas de los humanos son conducidas hacia sí mismos, hacia otras personas, hacia su mundo" (Stetsenko, 2005, p. 82) [4]. Pertenecen al dominio de la subjetividad los ideales, conductas y valores a los que apela el sujeto para darle sentido a su propia práctica.

La subjetivación es entonces el proceso por medio del cual el individuo se constituye como ser en función de su acción reflexiva y su posicionamiento frente al mundo. A partir de la *subjetivación* el individuo participa en los entornos de la actividad práctica, y, por ende, habita las instituciones, las hace vivir en la revisión y transformación continua de dichos sistemas de prácticas (Obando 2015, p. 50) [3].

En el marco antes expuesto, entendemos institución como:

un espacio simbólico (con límites más o menos definidos) de prácticas compartidas por un colectivo de individuos, los practicantes en esa comunidad, espacio donde se comparte, se negocia, se actúa con los otros (y donde también se excluye), en donde resuenan las voces presentes de muchos otros y las voces pasadas que han constituido la memoria cultural de la comunidad. Lo institucional es entonces todo ese sistema, o superestructura simbólica, que permite que el individuo sea un ser en y desde la cultura a través de su acción en y con otros. (Obando 2015, p. 51) [3].

En un marco institucional determinado, la práctica matemática de un sujeto, o grupo de sujetos tiene las marcas propias de un momento, época y lugar, comparte unas formas específicas de sensibilidad, de acción, maneras propias de ver y actuar. "Lo institucional genera sistemas de prácticas que disponen al individuo en un conjunto de formas de acción socialmente constituidas" (Obando, p. 51) [3]. En el marco de lo institucional, el individuo es, se *constituye*, en tanto es reconocido por otros, en oposición a los otros (lo comunal se constituye sobre la base de las subjetividades de los individuos), en la medida que se inscribe en ese conjunto de prácticas socialmente compartidas: esta participación en las prácticas socialmente constituidas es el aprendizaje (Radford 2008, 2010) [5].

Aprender es un proceso reflexivo de transformación de las prácticas matemáticas que lo lleva a hacerse críticamente consciente de una forma codificada de pensar y de hacer (Radford, 2013) [6]. La *participación*, no es imitación ni copia irreflexiva de los patrones de prácticas ya establecidas. Es la actividad del sujeto que reflexiona en y sobre los patrones de actividad culturalmente constituidos (Radford, 2006) [7] en el marco de su sistema de actividades prácticas institucionalizadas.

Referiremos como "sistema de prácticas" a ese conjunto o matriz de condiciones sociales e individuales que hacen posible en los individuos la orientación objetiva de la acción y el posicionamiento frente a ella (noción de práctica en el sentido de Bourdieu), y como "práctica actuada", "actividad práctica" o simplemente "práctica" a la actividad humana particular, que se da dentro de, a partir de, esa matriz determinada por un sistema de prácticas, y no a la matriz en sí misma. (Obando, 2015, p. 53) [3]

Práctica matemática

Al decir "práctica matemática" se quiere referir al conjunto de acciones de los individuos (en sus relaciones entre sí, y con el medio) que, en el curso de su actividad (sobre diversos tipos de eventos o fenómenos), orientan sus procesos de objetivación y subjetivación tanto

1 Davidov, V. (1988). La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico, Investigación psicológica teórica y experimental (M. Shuare, Trad.). Moscú: Editorial Progreso.

2 Leontiev, A. N. (1978). Activity, consciousness, and personality. New Jersey, NJ: Prentice-Hall.

Ricoeur, P. (2001). Del texto a la acción. Ensayos de hermenéutica II (P. Corona, Trad. 1.a ed.). Argentina: Fondo de Cultura Económica.

3 Obando, G. (2015). Sistema de prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3.° y 4.° de una institución educativa de la Educación Básica. (Tesis Doctoral), Universidad del Valle, Cali, Colombia.

4 Stetsenko, A. (2005). Activity as object-related: resolving the dichotomy of individual and collective planes of activity. Mind, Culture, and Activity, 12(1), 70-88. doi: 10.1207/s15327884mca1201_6.

5 Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. En L. Radford, G. Schubring & F. Seeger (Eds.), Semiotics in Mathemathics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture (pp. 215-234). Rotterdam: Sense Publishers.

Radford, L. (2010). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. Research in Mathematics Education, 12(1), pp. 1-19. doi: 10.1080/14794800903569741

6 Radford, L. (2013). Three key concepts of the theory of objectification: knowledge, knowing, and learning. Journal of Research in Mathematics Education, 2(1), 7-44. doi: 1 0.4471/redimat.2013.1 9 Rajeswara, S. (2002).

7 Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de objetivación. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Número especial, 103-120.

de la cantidad y la forma (por ejemplo, medir, contar, comprar, vender, intercambiar, construir, fabricar, estimar, describir, localizar, etc.), como de la variación de una u otra (movimiento, cambio, comparación, transformación, etc.). (Obando, 2015, p. 55) 3.

En la anterior aproximación a la noción de práctica matemática, se debe entender que las acciones son mediadas culturalmente a partir de los recursos disponibles para la acción: los instrumentos, las técnicas, los discursos, los conceptos, los objetos de conocimiento y los problemas. Así, para caracterizar una práctica matemática, se debe prestar atención a:

1. los objetos de conocimiento con, y sobre los cuales se actúa: "construcciones simbólicas (constituidas históricamente), solo accesibles a través del signo (ecuaciones, gráficas, gestos, etc.), de los procedimientos configurados sobre tales signos (construcciones, algoritmos, etc.) y de los conceptos elaborados en relación con signos e instrumentos (definiciones, proposiciones, enunciados, etc.)". (Obando, 2015, p. 60) 3
2. los conceptos que se enuncian sobre tales objetos.
3. los instrumentos para la acción: "conjunto de recursos simbólicos (signos, símbolos, textos, fórmulas, medios gráfico-simbólicos, artefactos, *software*, gestos, etc.) que constituyen los medios para la acción matemática". (Obando, 2015, p. 59) 3
4. los procedimientos que permiten tales instrumentos. Formas específicas de acción, configurados en función de los instrumentos disponibles, y de los problemas por resolver.
5. los problemas que orientan objetivamente la acción de los individuos, los "campos válidos de indagación y de cuyo tratamiento emerge el conocimiento matemático objeto de estudio". (Obando, 2015, p. 57) 3
6. las formas de discursividad que permiten poner el hacer en el lenguaje (formas de decir, de escribir, de comunicar). El lenguaje como vehículo para realizar las operaciones matemáticas, pero también como el medio para expresarlas. (Obando, 2015, p. 59) 3

Un ejemplo de análisis de la práctica matemática de estudiantes de grado 3

La siguiente tarea, al igual que las imágenes de referencia y comentarios mostrados en este ejemplo son tomadas casi textualmente de Obando (2015) 3, páginas 167 a 170.

La terea:

NÚMERO DE DULCES	PRECIO
2	
3	
4	
6	
8	$120
10	

Andrés pagó $120 por 8 dulces iguales. ¿Cuánto pagará por tres dulces? Respuesta: .....

Ahora teniendo en cuenta los datos del problema anterior, completa la siguiente tabla: ¿Cómo encontraste el precio de 3 dulces? ¿Cómo encontraste el precio de 10 dulces?

A continuación, se presentan algunas respuestas.

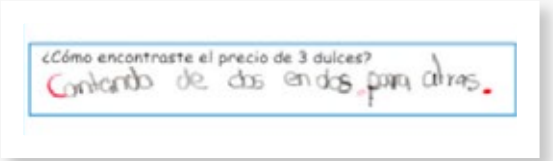
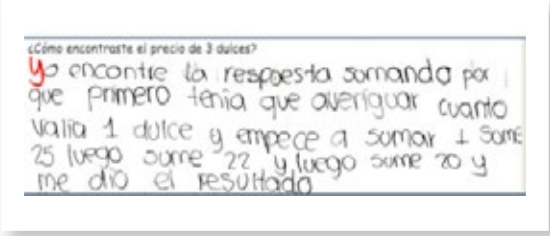


Figura 1

La figura 1 es representativa de un tipo de procedimiento en el que las dos cantidades se correlacionan en función del número de casillas que se deben completar con los precios de los dulces, para este caso, cuatro. Así entonces, contar de 2 en 2 (desde el 120 hacia atrás) permite tener una distribución regular de los valores de los dulces de acuerdo con el número de casillas que hay que llenar. El 2 como base para el conteo seguramente proviene del hecho que las casillas contiguas a la cantidad 8 dulces tienen dos unidades más o dos unidades menos.

NÚMERO DE DULCES	PRECIO
2	40
3	60
4	80
6	100
8	$ 120
10	140



¿Cómo encontraste el precio de 3 dulces?

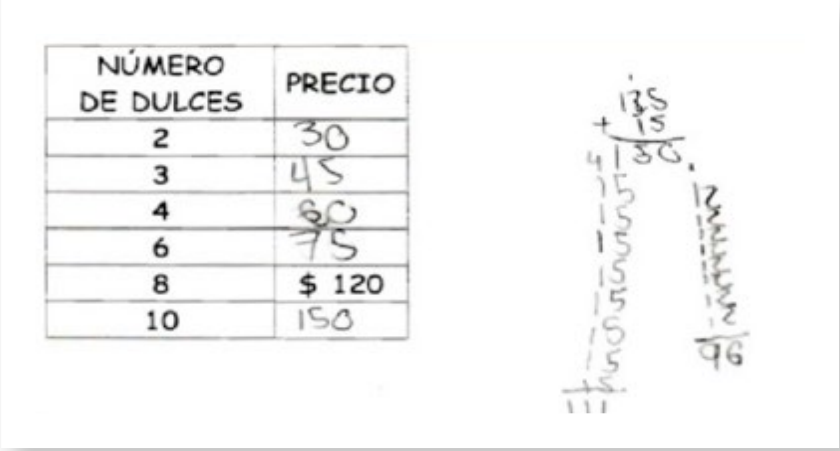
Yo encontre la respuesta sumando por que primero tenia que averiguar cuanto valia 1 dulce y empece a sumar + Sume 25 luego sume 22 y luego sume 20 y me dio el resultado

Figura 2

En procedimiento mostrado en la figura 2, si bien se parece al anterior, tiene la diferencia de que el conteo se basa en suponer un valor hipotético para cada dulce, y se realiza un conteo iterado de este valor hipotético tantas veces como cantidad de casillas vacías hay por llenar, y, además, se busca que la distribución de valores haga coincidir a la cantidad de 8 dulces el valor de $120. Nótese que el valor de $40 asignado a los 2 dulces da a entender que para esta casilla se tomó en consideración que el valor de 2 dulces es el doble del valor supuesto para un dulce, pero a partir de ahí se asumió que una casilla más era una dulce más, y no se consideró que el valor escrito en cada casilla de la primera columna es la cantidad de dulces al cual se le debía calcular el precio.

Desde la actividad matemática de los estudiantes, si bien los procedimientos no son correctos desde el punto de vista del procedimiento experto, sí lo es desde el punto de vista de los elementos que configuran la acción de los estudiantes: en relación con los objetos y de los conceptos, se evidencia que los estudiantes tienen una cierta noción de correspondencia biunívoca, en este caso, definida por la distribución espacial de los valores en la tabla suministrada (por supuesto, por esto es que desde el punto de vista del conocimiento experto, la solución no es correcta).

La tabla en la que se presenta la tarea a los estudiantes determina el tipo de análisis relacional que hacen: (1) hay dos columnas, una de la cuales se debe llenar con valores que se deben calcular, a saber, el precio de una cierta cantidad de dulces; (2) se asume que cada casilla vacía es un dulce más en la cantidad total de dulces, y por lo tanto, (3) para hallar el valor en dicha casilla, se agrega al valor en la casilla anterior, el valor de un dulce más. Nótese entonces que el instrumento usado para presentar la información determina la manera como los estudiantes analizan las relaciones entre las cantidades.



NÚMERO DE DULCES	PRECIO
2	30
3	45
4	60
6	75
8	$ 120
10	150

Figura 3

La figura 3 muestra otro tipo de procedimiento el cual fija el valor hipotético para un dulce considerando que ese valor debe ser tal que 8 veces el mismo dé como resultado $120. Esta forma de proceder se ve con claridad en los cálculos que acompañan la tabla: se sumó 8 veces 12, y como no dio 120, se repitió el proceso ahora con 15. De igual forma se ve en la explicación verbal en la figura 21 en donde explícitamente se dice que se ha sumado 15 hasta completar 120.

NÚMERO DE DULCES	PRECIO
2	30
3	45
4	60
6	75
8	$ 120
10	135

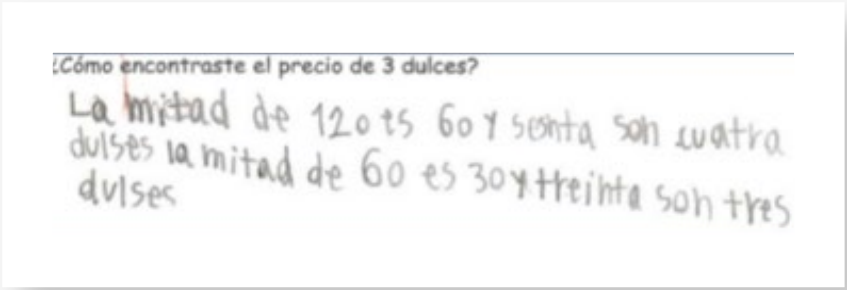


Figura 4

Por su parte la explicación verbal que acompaña la tabla de la figura 4 es diferente, pues se basa en tomar el valor de 120 para calcular el valor de un dulce, haciendo reducciones sucesivas por la mitad, tanto del precio, como de la cantidad de dulces, siguiendo una forma de razonamiento por analogía (esto es, cualquier variación entre un par de cantidades en una magnitud, es traslada análogamente a las cantidades correspondientes en la otra magnitud). En ambos casos, el error en el valor asignado a 10 dulces muestra que, al final, se pierde de vista el asunto de la correspondencia *cantidad de dulces–valor de dicha cantidad*, mediada por la relación, un dulce cuesta 15 pesos.

De los anteriores fragmentos se puede inferir que los procedimientos de los estudiantes muestran cierta sensibilidad para percibir en un determinado evento el proceso de covariación entre las cantidades de los dos sistemas de cantidades involucrados en el evento, pero el criterio o regularidad usado para definir tal proceso de covariación no les permite la descripción precisa de lo que realmente sucede en el evento.

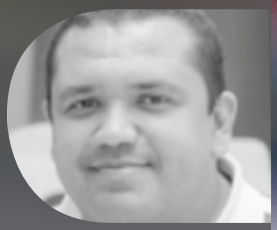
De estos procedimientos también se evidencia que los valores faltantes en la columna precio no se fijan de cualquier manera, sino que se hace a partir de un principio que tiene al menos dos momentos: uno, que fija el valor de un dulce (tomar como referencia que el valor de 8 dulces es $120), y otro, que permite hacer copias sucesivas de ese valor, tantas veces como dulces se tenga. Esto que implica interpretar el valor escrito en cada una de las casillas de la columna de la izquierda como la cantidad de veces que se debe repetir.

A manera de conclusión

Así pues, si los tres primeros procedimientos expuestos se pueden catalogar como procedimientos equivocados si se analizan sólo desde la perspectiva del conocimiento formal de las matemáticas, se llega a una conclusión clara: los estudiantes no saben multiplicar, aunque sí saben sumar. Sin embargo, cuando se analiza la lógica desde la cual fueron configurados dichos procedimientos, entendiendo dicha lógica con base en los instrumentos culturales disponibles para la acción (las tablas, su conocimiento sobre comprar y sobre las operaciones aditivas), se puede ver como lo realizado por estos tres estudiantes es correcto en un marco delimitado por la configuración de las tablas y la forma como se organiza la información en las mismas, pero basadas en el reconocimiento de una cierta forma de correlación entre las dos cantidades involucradas en la situación.

El último procedimiento muestra que los estudiantes de dichos grados sí pueden percibir los procesos de variación directamente proporcional, analizan-

do como un cambio en una de las cantidades, tiene sus efectos análogos en la forma como cambia la otra cantidad, lo que en esencia es un análisis de covariación proporcional. Al comprender la actividad matemática de los estudiantes, como se dijo en la introducción, no en términos de deficiencias, sino en relación con lo que saben hacer, se pueden tomar decisiones importantes en la manera como el maestro puede orientar la actividad de enseñanza, con el fin de dirigir los procesos de aprendizaje de los estudiantes en un cierto sentido. **RM**



Gabriel Jaime Castaño Uribe

Docente profesional universitario de la Secretaria de Educación de Medellín, profesional en Licenciatura en Matemáticas y Física. Master en enseñanza de las ciencias exactas y naturales.

La evaluación formativa

una mirada desde el proceso de escritura en diversas áreas

Todo empezó en la I. E. Monseñor Francisco Cristóbal Toro en la que me desempeño desde el año 2006; allí he desarrollado varias propuestas pedagógicas desde las diferentes áreas del saber; pero en el año 2018, decidí empezar a estudiar con los estudiantes del grado 4.º4 [1] dando continuidad a un proceso iniciado con ellos en el año 2017. Con el grupo orienté las áreas de lengua castellana, ética y valores, ciencias naturales y matemáticas; esta última en tres grupos (4.°3, 5.°3 y 5.°4). Hice las mismas tareas que ellos, con el fin de calcular los tiempos que podrían tomarse en la realización de las actividades que los docentes asignamos en las clases; otro elemento sobre el que he estado guiando las clases es sobre algunas estrategias de estudio; me refiero a

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/la-evaluacion-formativa-una-mirada-desde-el-proceso-de-escritura-en-diversas-areas/

los subrayados con diferentes colores, el uso del diccionario para encontrar el significado de las palabras sobre las cuales se tienen dudas, etc. Sobre esta parte quiero hacer énfasis, para decir que no recuerdo que en la escuela, en el tiempo que la cursé, se me haya enseñado a extraer palabras clave, elaborar mapas mentales para representar las ideas o los conceptos fundamentales de una determinada temática o algo por el estilo; memorizar y transcribir era lo normal de una clase; discutir u opinar no era frecuente.

Como maestro rural he ido adelantando algunos ejercicios de escritura, que intentan dar un giro hacia la metacognición; sé que es algo que requiere tiempo, pero los resultados se van dando. Algunos de estos ejercicios escriturales son los que daré a conocer articulándolos con la teoría, mostrando además que la escritura es un proceso que requiere preparación y tiempo y no puede ser algo que se pide para realizar de manera inmediata como suele pasar a diario cuando decimos a los estudiantes "escriba [2] "*X o Y* texto que al finalizar la clase lo recojo.

Considero también necesario conceptualizar sobre el tema de la evaluación formativa vista desde lo general, pero también en lo particular con relación al proceso de escritura a partir de diferentes perspectivas, es decir, lo textual y lo gráfico como representación mental de las ideas. En la evaluación formativa se sigue un camino como el que se observa en la siguiente figura:

[1] 4.°4 indica el grado o nivel educativo y el número de grupos que hay por cada grado.

[2] En el proceso de escritura de un texto X o Y con frecuencia se omite todo lo que es la lluvia de ideas, los borradores, las revisiones y comentarios para luego ser publicados; la mayoría de los textos construidos son asumidos como versiones finales sin el ejercicio de la metacognición, tan esencial en el dominio de la escritura.

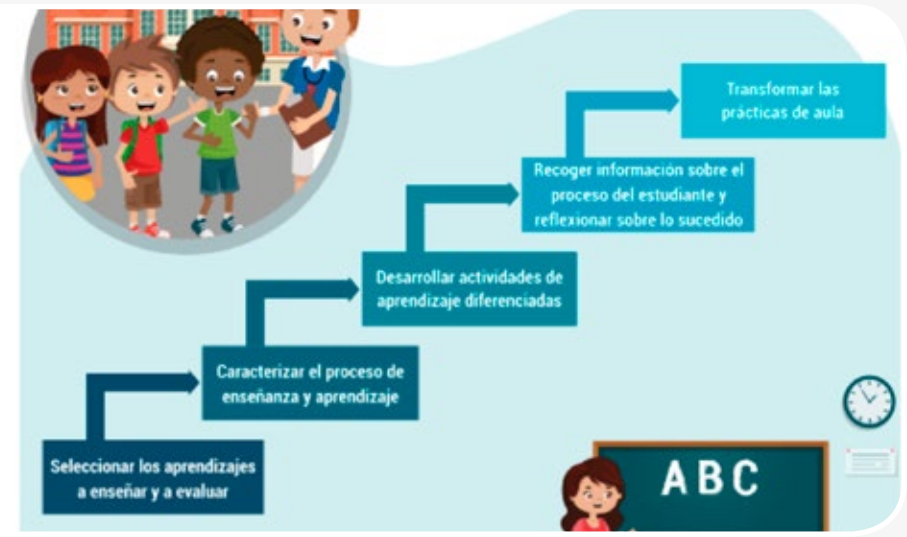


Figura N.º 1. Camino a seguir con la evaluación formativa (MEN, 2017, p. 4).

La evaluación es "formativa cuando el estudiante puede comprender su proceso y mejorar a partir de este. También cuando el docente puede reflexionar y adecuar lo que sucede en el aula estableciendo estrategias pedagógicas y didácticas para todos los estudiantes". (MEN, 2017, p. 6) [3]. En la ruta descrita antes, es necesario que se recoja, registre y analice la información necesaria que permita retroalimentar el aprendizaje por medio de las evidencias y la reflexión permanente del docente, fortaleciendo así los procesos de aprendizaje.

Algunas experiencias

Los casos que expongo corresponden al área de matemáticas y ciencias naturales. Las dos primeras experiencias están referidas al uso de gráficos y la última en relación con la creación de textos y los planes de escritura; posterior a la presentación de las experiencias se despliegan algunos aspectos teóricos referidos a la retroalimentación y la evaluación formativa.

Experiencia N.º 1: Elaboración de gráficos de barras y uso de pictogramas a partir de contextos de situación propios en la zona rural. La producción agrícola como centro de interés.

La actividad consistía en que los estudiantes del grado quinto debían elaborar un gráfico de barras que correspondiera con lo que se pedía, que representaran las cantidades de frutas (mangos, bananos y zapotes) cosechadas y recogidas en una finca; además de organizar esta información en la situación, también se les pidió el precio con el que se vendería cada una de ellas. En la situación se presentaban dos tipos de información e hice la salvedad de que lo representado sería la cantidad de frutas recolectadas como se podrá ver en la imagen N.º 1, y aun así muchos estudiantes representaron los precios.

Imagen N.º 1. Un caso sobre la actividad contextualizada en la producción agrícola, como centro de interés.

Las anotaciones son manuscritas *in situ*, es decir, en la clase misma, y otras de manera digital; estas anotaciones están en dos sentidos: el primero de ellos sobre la comprensión del enunciado y el otro sobre los aspectos formales de la lengua como la ortografía y la redacción, pero en el área de matemáticas hay aprendizajes básicos para el diseño de gráficos, como son los encabezados o títulos, además del manejo de escalas cuando se representan cantidades en el eje vertical (Y); podría decirse de algún modo que estos aspectos básicos también estarían en relación con los elementos formales del área.

Como se observa, aparecen dos colores, el rojo y el morado: el rojo indica el diálogo que con el estudiante se tuvo sobre la comprensión del enunciado, la redacción del mismo, ya que no era colección si no recolección; en el manejo de la escala, vemos que todavía no logra identificar la misma distancia entre los valores, no conserva el patrón, es decir, la seriación entre las cantidades (0, 50, 100, 150, 40), que implica un nivel de abstracción.

Otro aspecto que aparece con rojo, está referido a la forma como está distribuido el salón, en grupos de 4 integrantes, los cuales discuten, conversan y construyen de manera individual y colectiva, es decir, en la perspectiva de la evaluación formativa.

Los estudiantes socializan, conversan y discuten, y en este proceso de interacciones (sociales en el aula) construyen los saberes que se necesitan en el ámbito de la producción agrícola.

[3] MEN. (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje V2 Lenguaje. From http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Lenguaje.pdf.

Imagen N.º 2. La disposición espacial es fundamental para la evaluación formativa: el trabajo en equipo.

Hablemos ahora del color morado; este corresponde a las anotaciones hechas en la misma clase y muestran el diálogo (parte del proceso de retroalimentación) que se tuvo con el estudiante en el momento de presentar su trabajo y las orientaciones que se le brindaron al respecto fueron:

Voz del maestro:

–mira que la gráfica no corresponde con el enunciado, graficaste los precios de las frutas, además la escala está mal asignada, no conservas el patrón, vas de 50 en 50 y luego te devuelves a 40. (Registro tomado el día 14 de junio de 2018 –imagen N.º1–).

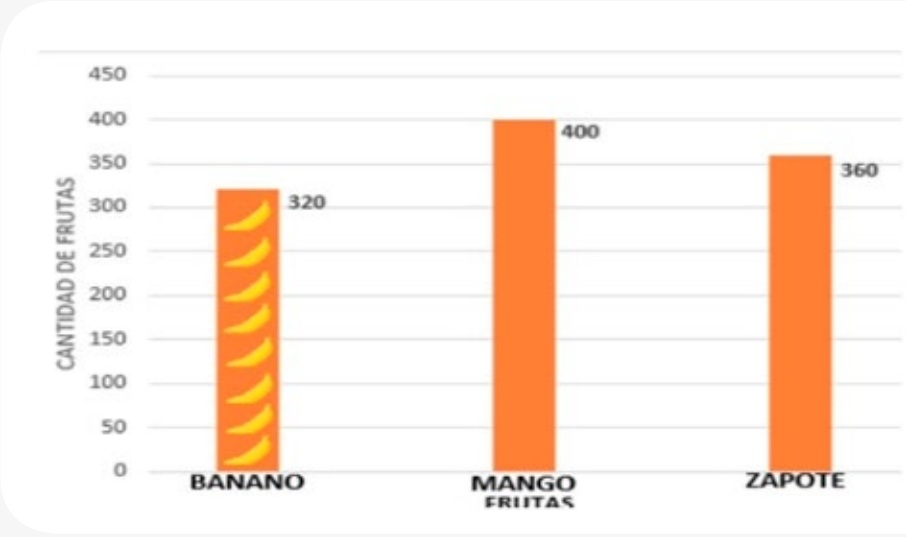


Figura N.º 3. El trabajo con gráfico de barras sobre la producción agrícola.

Cuando se le preguntó el porqué de estos desaciertos hizo el gesto de "hummm" y regresó a su puesto. Lo anterior indica varias cosas: hay ciertos automatismos instalados en el sistema como son la transcripción y el seguimiento ciego o la replica de las actividades, es decir, en una primera etapa no se logra trascender los códigos rígidos de la escuela. En una segunda etapa los estudiantes logran hacerlo.

Observemos ahora otra secuencia de imágenes en las que se hacen otras observaciones. Esta vez lo que se buscaba era usar pictogramas con base en lo hecho antes y la tarea consistía en representar con dibujos de frutas las cantidades recogidas, sabiendo que cada fruta equivalía a 40 unidades como puede verse en el siguiente ejemplo:

Les presenté a los estudiantes este ejemplo como acercamiento al conocimiento sobre la representación con gráficos de barras para que ellos luego lo hicieran con las frutas restantes. La secuencia de imágenes presentadas a continuación servirá para dar cuenta de un proceso de retroalimentación similar al anterior, pero en el que las razones para justificar los errores aparecen y en este caso algunas de ellas comprensibles desde las propias lógicas de los estudiantes.

Reviso el cuaderno y lo regreso al estudiante luego de plantearle las observaciones del caso. Lo interesante del proceso fue haber escuchado al estudiante frente a los razonamientos alcanzados en el momento de realizar la actividad: que fue una

menor cantidad de frutas a las correspondientes y que ubicó frutas por fuera de la barra. Sus argumentos fueron:

Voz del estudiante

–no vi bien que en el ejemplo eran 8 bananos (hizo 7)

En el segundo caso:

–No me cabían en la barra (las dibujó por fuera).

Imagen N.º 3. El diálogo a través de las señales de la retroalimentación en la evaluación formativa.

Hay pues desatención en el primer caso y falta de experticia en el manejo del espacio para representar algo en el segundo.

Experiencia N.º 2: La elaboración de un mapa conceptual sobre los sistemas corporales como centro de interés (¿Cómo funciona mi cuerpo?)

Esta experiencia describe lo que fue el proceso llevado a cabo para la elaboración de un mapa de conceptos o representación de los componentes esenciales de un determinado sistema corporal (área de ciencias naturales), en un primer momento como preparación para el trabajo final que resumía los doce (12) sistemas corporales analizados con los estudiantes en clases anteriores; en la actividad se observa el uso de resaltadores como una estrategia para fortalecer la memoria a corto y largo plazo, bien sea para identificar palabras claves o términos desconocidos.

Se observa cómo los niveles de subrayado son diferentes, para unos más, para otros menos; esto depende del interés y la concentración para identificar las palabras claves en el texto analizado. La segunda imagen presenta el uso del resaltador como estrategia para reconocer las palabras desconocidas que luego son consultadas entre los estudiantes, por grupos de trabajo, y entre estos y el profesor y luego en el diccionario.

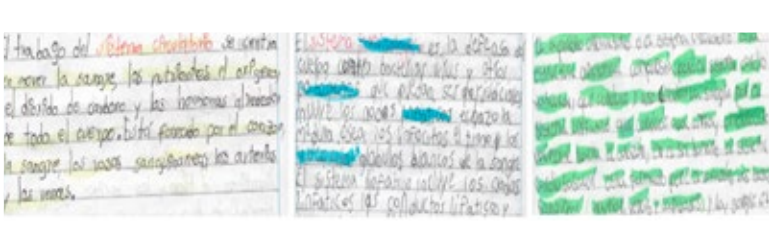


Imagen N.º 4. Registros tomados de los cuadernos del área de ciencias naturales (15/06/18).

Imagen N.º 5. Los esquemas o mapas conceptuales.

Se trata de un borrador sobre los sistemas corporales; se observa la aparición de conectores que relacionan los sistemas y las funciones; las dificultades referidas a los aspectos formales de la lengua permanecen pero hacen parte del proceso.

Imagen N.º 6. Elaboración de mapas de conceptos.

El grupo debía conseguir materiales, como láminas u otros, que complementaran la información que se tenía registrada en el cuaderno; se observan los diferentes tipos y niveles en las representaciones, unas más elaboradas que otras. Además dan cuenta del uso de conectores o no, ideas centrales

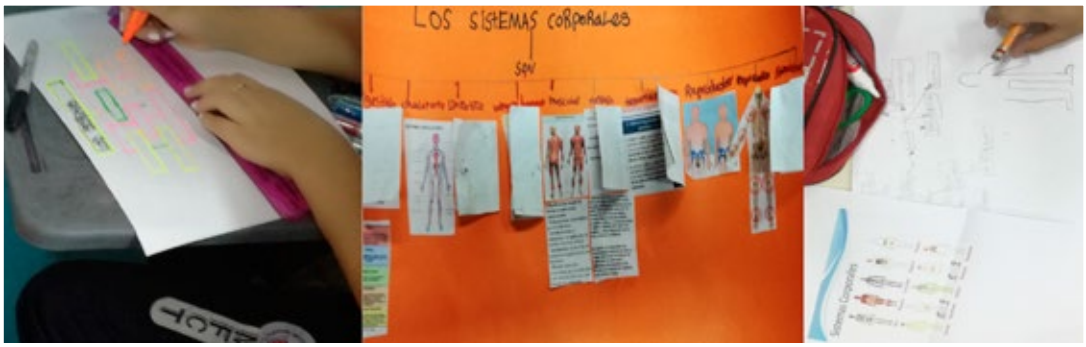


Imagen N.º 7. Elaboración de mapas de conceptos (27/04/18).

y la coherencia entre los textos escritos al interior de los recuadros y las imágenes:

Este conjunto de imágenes se analizó hacia el final, con la intención de mostrar el proceso llevado a cabo para obtener los resultados expuestos en las imágenes previas; en ellas pueden verse algunas sugerencias frente a la forma del mapa y su distribución; la elección de las palabras conectoras surgió de la inducción por medio de preguntas sobre lo que sería importante en la construcción del mapa, es decir, sobre las funciones y las partes (y/o preguntaba y ellos respondían).

Consideraciones finales sobre la retroalimentación y la evaluación formativa

La importancia de la retroalimentación radica en la comprensión de la lógica del error en el aprendizaje socio-constructivo. No sobra decir que todo debe estar en sintonía con un ambiente de confianza mediado por las buenas relaciones entre los sujetos que habitan en los espacios escolares. (Ávila L, 2009, p. 6)

Algo muy importante es saber establecer las diferencias entre los términos valoración, orientación y devolución; el primero de ellos apunta a entregar un juicio de valor que bien puede ser numérico o conceptual, mientras que el segundo se refiere a las recomendaciones que pueden darse y el tercero es la información que permite al involucrado darse cuenta de sus aciertos y desaciertos, de lo logrado o no y es justo esto lo que le permite avanzar. En muchas ocasiones creo que los docentes los confundimos y nos quedamos solo en el campo de las recomendaciones.

Dar a conocer las diferentes experiencias es algo importante para mí como docente, ya que busco permanentemente cuestionar el ámbito educativo, y esta vez quise hacerlo al trascender el término evaluación y sobre todo tomarlo desde un enfoque o función formativa sustentada bajo el concepto de la retroalimentación y los valores como el diálogo y la confianza, palabras permeadas por las buenas relaciones afectivas; a lo largo de mi labor he podido reconocer el valor de la palabra y del saber, elementos clave para la generación de espacios y la construcción en equipo de los conocimientos. **RM**

Referencias

MEN. (Agosto de 1994). Decreto 1860 de 1994. Bogotá.

MEN. (2017). Siempre Día E la evaluación formativa y sus componentes para la construcción de una cultura de mejoramiento. Bogotá.

MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencia en lenguaje, matemática, ciencias y ciudadanas. Bogotá: MEN.

Ávila L, P. (2009). La importancia de la retroalimentación en los procesos de evaluación. Querétaro: Universidad del Valle de México, campus Querétaro. Maestría en ciencias de la educación.

Modelos de evaluación de programas y procesos de enseñanza.

SEP. (2012). El enfoque formativo de la evaluación. México DF: SEP.

SEP. (2012). El enfoque formativo de la evaluación en el aula y la cartilla de educación básica. México DF: SEP.

Wilson, D. (2002). Proyect-based Learning in After Schools Proyect. Harvard: Harvard University.

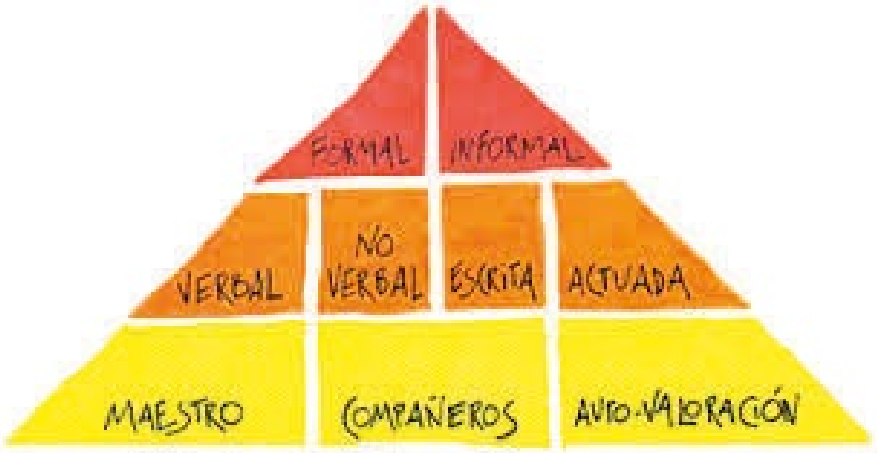


Figura N.º 3. Pirámide de la retroalimentación: esquema diseñado por Daniel Wilson (2002).

Daniel Bogoya

Consultor en temas de educación, evaluación y factores asociados al logro académico, para diversas entidades públicas y privadas en Colombia, Ecuador, Paraguay y Panamá. Fue decano de la facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería de la Universidad Jorge Tadeo Lozano. Magister en Ingeniería de Sistemas. Fue Maestro de la Universidad Nacional de Colombia.

Benchmarking de colegios 2018

Presentación

La comparación de colegios colombianos tiene numerosas aristas y variables, que suelen organizarse y priorizarse para llevar a cabo distintos análisis, privilegiando aquellos aspectos que revelan mayor importancia e interés y pueden explicar el impacto logrado con un proyecto educativo, a juicio de investigadores, comunidades y tomadores de decisiones.

Con frecuencia se agrupan los factores de control en tres grandes niveles: el estudiante y su familia, con sus hábitos y recorridos; el docente, con su experiencia, carisma y sabiduría; y la institución, con el enjambre de posibilidades que potencian un ambiente de aprendizaje.

Un camino que ha venido forjándose para orientar el análisis es el valor agregado, en especial el aporte del estamento docente, teniendo en cuenta desde luego el carácter controversial del asunto, justo por la diversidad de tantas otras variables que pueden incidir en el proceso. Al respecto, Koedel y colaboradores presentan una revisión de artículos con temas muy variados, que cubren desde aspectos técnicos del diseño de modelos hasta el papel que este valor agregado puede desempeñar para informar las evaluaciones de los maestros en la práctica, llamando la atención acerca de los consensos y los desacuerdos presentes en la literatura (2015, p. 180). Si bien se reconoce una gran diversidad de puntos de vista sobre la fenomenología del acto educativo, también se advierte la conver-

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/benchmarking-de-colegios-2018/

gencia en torno a factores que pueden modificase en el corto plazo, gracias al especial y particular compromiso de los docentes, porque su visión y desempeño son más potentes para lograr mejoras significativas (Bruns y Luque, 2014, p. 5).

Con el ánimo de apoyar estudios sobre la eficacia de un proyecto educativo, Colombia cuenta con una serie de reportes de *benchmarking* [1] de colegios, elaborados con algunos indicadores que se estiman con los resultados alcanzados por los estudiantes que presentan el Examen de Estado Saber 11 y que permiten realizar diferentes análisis, con base en promedios calculados para instituciones, entes territoriales y país. La comparación de promedios globales entre colegios requiere considerar variables de control, tales como distribución de estrato socioeconómico, porcentaje de mujeres, tamaño del grupo de estudiantes evaluados, perfil de la institución y ciudad en la que se localiza, entre otras, es decir, el universo particular de referencia debe conformarse con instituciones que cuenten con oportunidades de aprendizaje y entornos culturales aproximadamente semejantes. De otra parte, conviene observar al tiempo los indicadores de promedio de puntaje y desviación estándar, el primero como señal de rendimiento y el segundo para estimar la equidad de aprendizaje, porque la calidad encierra un concepto inalienable en torno al aprendizaje de todos.

1. Ente territorial y país

Los reportes ya mencionados fueron elaborados con resultados de 569.728 estudiantes evaluados en 2018, cuyo promedio global fue mayor que cero. Se comienza presentando indicadores de distribución y dispersión del promedio de puntajes de los entes territoriales y el país, en orden descendente de promedio, como una primera referencia para apoyar los análisis. Los indicadores utilizados varían, incluso de manera significativa, entre algunos departamentos. Por ejemplo, Bogotá arroja un promedio de 271,49 puntos, mientras que Chocó apenas alcanza 208,42 puntos, circunstancia que se ha repetido sistemáticamente en los registros documentados de la última década. La diferencia igual a 63,07 puntos, equivalente a cerca de 1,3 desviaciones estándar, revela dos universos de instituciones en extremo diferentes (prácticamente pertenecientes a dos países distintos), razón por la cual los ejercicios de *benchmarking* entre instituciones de estas dos entidades territoriales tendrían limitaciones. También se ilustra en los reportes una banda de dispersión, entre el promedio menos una desviación estándar y el mismo promedio más una desviación estándar, con el fin de invocar una reflexión acerca de las brechas que se evidencian: en la zona de promedios altos, entre menor sea la dispersión, mayor será la equidad del aprendizaje (Bogoya, 2019).

[1] El artículo expone algunos apartados de los reportes de benchmarking producidos por el autor y disponibles en el sitio: https://sites.google.com/a/unal.edu.co/danielbogoya/4-benchmarking-de-colegios. Los datos empleados fueron tomados de las tablas disponibles en el sitio ftp://ftp.icfes.gov.co/

Gráfico 1 Media Colombia con resultados más destacados.

Gráfico 2 Media Colombia que reclama intervenciones más urgentes en educación básica y media.

A manera de ilustración, la media Colombia con resultados más destacados se presenta en el gráfico 1, mientras que la otra media Colombia, la que reclama intervenciones más urgentes en educación básica y media, se muestra en el gráfico 2. Como referencia, el país arroja un promedio global igual a 252,06 puntos, entreverado en los alrededores de los resultados de Nariño, Caldas, Huila y Meta.

2. Institución educativa

En forma general, promedios globales mayores que la media nacional (252,06 puntos) denotan desempeños aceptables, aunque con desafíos de mejoramiento, mientras que promedios mayores que la media nacional más una desviación estándar (303,10 puntos) develan procesos académicos de calidad, que superan al 92,86% de los colegios del país. Centros educativos con promedio superior a la media nacional más dos desviaciones estándar (354,14 puntos) demuestran excelencia y conforman las 77 instituciones más sobresalientes del país.

Avanzando con insumos para los análisis, los reportes entregan en forma sintética, en una página por institución, los indicadores calculados para 12.945 colegios que cumplen la condición de contar con resultados no nulos para cinco o más estudiantes; las instituciones se agrupan por entidad territorial. La información presentada permite identificar el colegio por nombre, municipio, sector, jornada y calendario, y luego aporta promedio y desviación estándar de puntajes, número de estudiantes evaluados, porcentaje de mujeres en el grupo y promedio de estrato, al nivel de institución y país.

El porcentaje de mujeres en un colegio habilita nuevas discusiones y estudios, en particular porque apoya el análisis de las brechas que persisten en los resultados por género. Al nivel nacional, la diferencia hallada en el promedio es igual a 8,10 puntos a favor de los hombres, mientras que en Chocó es 6,55 puntos a favor de las mujeres y en Quindío, 14,73 puntos a favor de los hombres. Atlántico muestra la mayor equidad de género, con 247,55 puntos de promedio en el grupo de mujeres y 247,79 puntos en el de hombres. En relación con el estrato socioeconómico, también se perciben diferencias importantes: 240,42 puntos para el grupo de estudiantes de estrato uno, correspondiente al 33,32% del universo evaluado, en un extremo de la escala, frente a 294,42 puntos para el grupo de estudiantes de estrato seis en el otro extremo de la escala, con 1,17% de la población. Es necesario señalar que el 91,62% de los estudiantes evaluados pertenecen a los estratos uno a tres y que solo 8,38% están en los estratos cuatro a seis.

Dos indicadores adicionales brindan una visión global: quintil nacional en el que se ubica la institución e índice de rendimiento relativo. El primer quintil comprende los 2.589 colegios con promedios más altos, mientras que el quinto reúne a los 2.589 colegios con resultados más bajos; por su parte, el índice de rendimiento relativo se calcula como el cociente que resulta de dividir el promedio alcanzado por la institución entre el mayor promedio institucional observado en el país (400,63 puntos) y multiplicado luego por 100%. En una aproximación normativa, es inevitable pertenecer a algún quintil; no obstante, en la perspectiva de calidad, es perfectamente posible incrementar el índice de rendimiento relativo mencionado, en especial en las instituciones que más lo necesitan, porque hay una deuda histórica de oportunidades de aprendizaje con ellas: la institución localizada en la base de la escala generada llegó apenas a 150,62 puntos, en contraste con la más destacada, cuyo promedio fue 400,63 puntos.

3. Comparación de resultados globales

Las instituciones van consolidando un perfil propio, con fortalezas relativas más notorias en las áreas señaladas en su misión y que han sido desplegadas efectivamente mediante distintas actividades académicas del proyecto educativo, las cuales caracterizan el grado de sintonización de la comunidad académica conformada con estudiantes, docentes, directivos y padres de familia. A manera de ejercicio de *benchmarking*, se consideran dos instituciones como unidades de análisis, ambas del primer quintil nacional: la primera, denominada I1, ubicada en Pasto y con 122 estudiantes evaluados, del sector oficial y jornada de la tarde, con 312,49 puntos promedio global y un promedio de estrato socioeconómico igual a 1,53; y la segunda, denominada I2, localizada en Pereira y con 100 estudiantes evaluados, del sector no oficial y jornada de la mañana, con 312,12 puntos de promedio global y un promedio de estrato socioeconómico igual a 4,33.

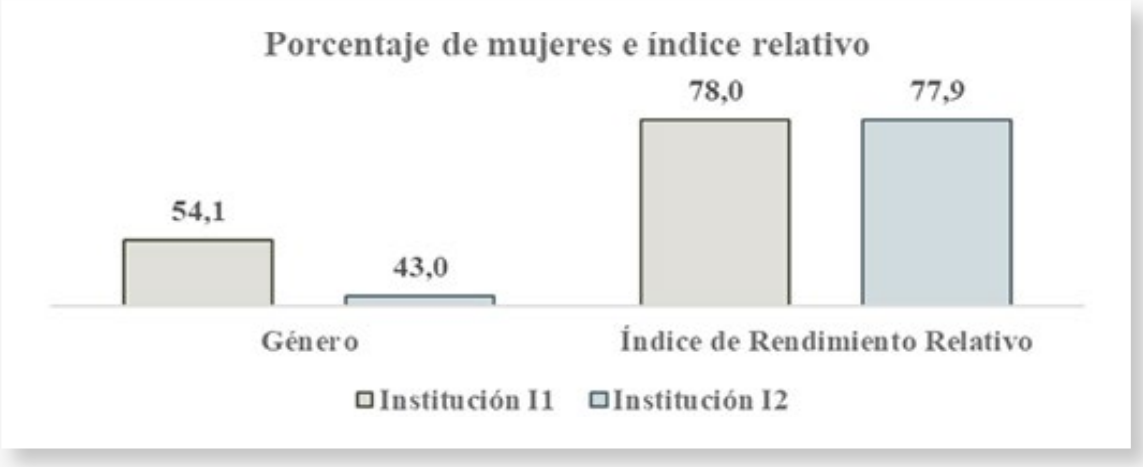


Gráfico 3 Porcentaje de mujeres e índice de rendimiento relativo de instituciones I1 e I2

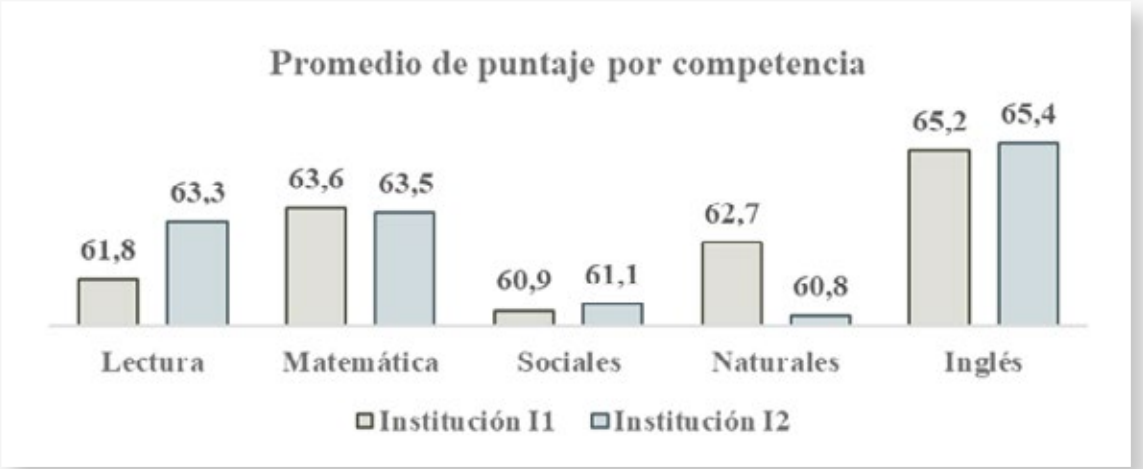


Gráfico 4 Promedio de puntaje por competencia para instituciones I1 e I2.

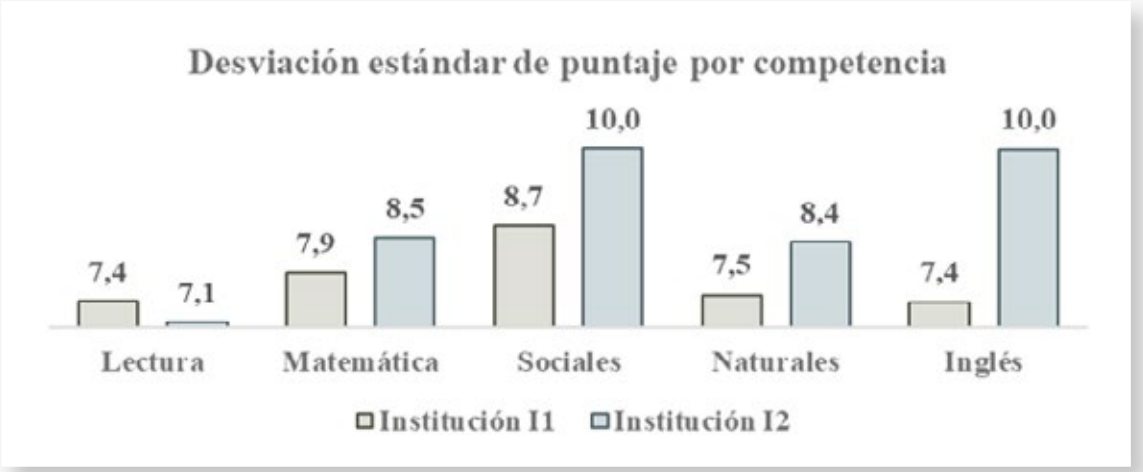


Gráfico 5. Desviación estándar de puntaje por competencia para instituciones I1 e I2.

Las dos instituciones mostradas comparten aproximadamente el mismo lugar privilegiado de rendimiento global, en un lugar muy alto de la escala, y las entidades territoriales a las que pertenecen están relativamente cerca en el promedio logrado: Nariño, con 251,04 puntos; y Risaralda, con 256,03 puntos (gráfico 1). En ambas instituciones la mayor fortaleza se demuestra en inglés, con 65,2 puntos de promedio para I1 y 65,4 puntos para I2, seguida de matemática, con 63,6 puntos en I1 y 63,5 puntos en I2, mientras que las debilidades relativas se observan en Ciencias Sociales y Ciudadanas para I1, con 60,9 puntos, y Ciencias Naturales para I2, con 60,8 puntos (gráfico 4). En relación con la desviación estándar (la cual representa un indicador que es inversamente proporcional a la equidad de aprendizaje), se aprecian fortalezas en lectura e inglés, para I1, con 7,4 puntos, y en lectura para I2, con 7,1 puntos, mientras que las debilidades relativas aparecen en ciencias sociales para ambos colegios y además en inglés para I2 (gráfico 5). Si bien se registran diferencias de sector y jornada, así como en el porcentaje de mujeres en los dos colegios analizados, con 11,1% más en la institución I1 (gráfico 3), la mayor asimetría se revela en la composición socioeconómica, calculada con base en el estrato reportado por los estudiantes: 88,2% de estratos uno y dos en I1, frente a 75% de estratos cuatro, cinco y seis en I2 (gráfico 6).

Gráfico 6 Porcentaje de estudiantes por estrato socioeconómico para instituciones I1 e I2.

4. Comparación de resultados en matemática

Considerando un universo de 4.078 colegios con al menos 50 estudiantes evaluados, el promedio en matemática fluctúa desde 31,13 puntos, para un colegio localizado en Puerto Tejada, no oficial, jornada sabatina y calendario A, con 52 estudiantes, 32,69% de mujeres, promedio de estrato socioeconómico igual a 1,81 e índice de rendimiento relativo igual a 42,39, hasta 78,86 puntos, para un colegio de Bogotá, no oficial, jornada completa y calendario B, con 77 estudiantes, 41,56% de mujeres, promedio de estrato socioeconómico igual a 5,01 e índice de rendimiento relativo igual a 95,33.

Para mostrar un contraste, se analizan ahora los resultados de matemática de otros dos colegios, con características distantes y logros semejantes, denominados M1 y M2: el primero de Cúcuta, jornada de la mañana, calendario A y sector oficial; y el segundo de Cali, también jornada de la mañana, calendario B y sector no oficial. El indicador de género señala 61,2% de mujeres en el colegio M1 y 56,4% en M2; y el índice de rendimiento relativo muestra un valor de 84,2 para M1 y 88,7 para M2 (gráfico 7). El valor del promedio de puntaje alcanzado en matemática es igual a 71,3 puntos para ambos colegios, aunque la dispersión es levemente diferente, es decir, se aprecia mayor equidad de aprendizaje en el colegio M1, con un valor de desviación estándar de puntajes igual a 7,3, frente al valor de 8,1 para el colegio M2 (gráfico 8).

De otra parte, la diferencia más prominente radica en la composición socioeconómica: los 67 estudiantes del colegio M1 se concentran en los estratos uno a tres, con dos terceras partes en el estrato dos; mientras que cerca de 95% de los 55 estudiantes del colegio M2 están en los estratos cuatro a seis (gráfico 9).

5. Conclusión

Advirtiendo que solo se han mostrado algunos pocos casos, y que hay otras señales, incluso opuestas, es posible avizorar que ni la condición de género ni el origen socioeconómico de un estudiante, como tampoco el sector o la jornada de un colegio, pueden predecir un resultado inexorable; más bien, puede reconocerse que los principales motores que desencadenan buenos niveles de aprendizaje son el proyecto educativo diseñado y las estrategias desplegadas mediante procesos académicos potentes, así como el compromiso y la dedicación de la comunidad académica. Cualificación permanente de docentes y directivos, investigación y asunción de nuevas estrategias pedagógicas, realización de proyectos interdisciplinarios como base del trabajo

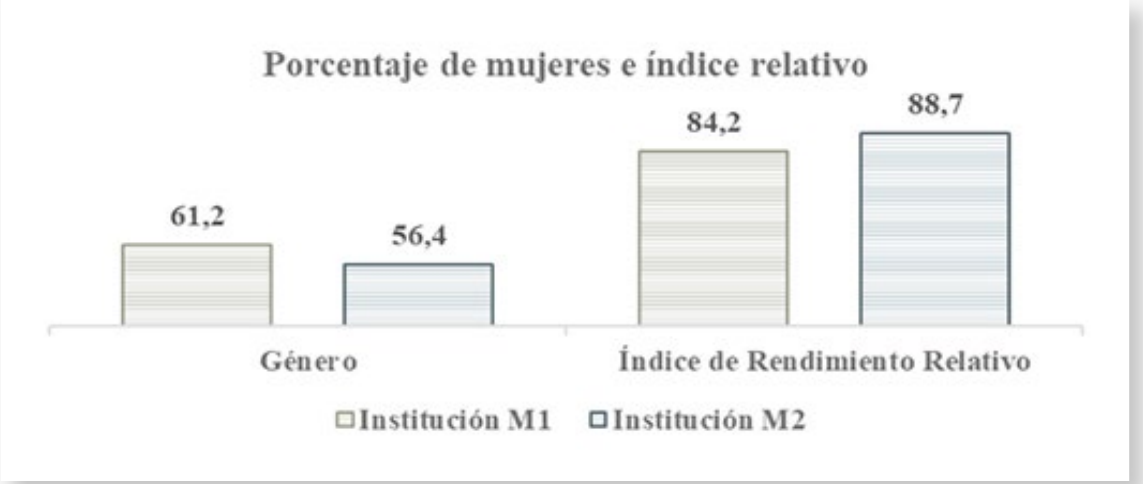


Gráfico 7 Porcentaje de mujeres e índice de rendimiento relativo de instituciones M1 y M2.

Gráfico 8 Promedio y desviación estándar de puntaje de instituciones M1 y M2.

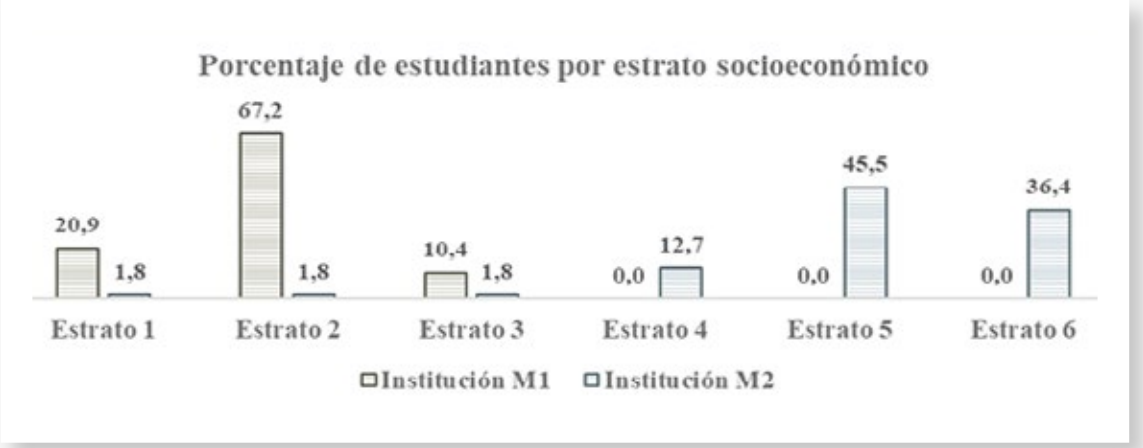


Gráfico 9 Porcentaje de estudiantes por estrato socioeconómico para instituciones M1 y M2.

de aula, organización de actividades extracurriculares que desarrollan procesos mentales complejos, implementación de sistemas robustos y confiables de evaluación junto con retroalimentación de resultados a los estudiantes y planes específicos de mejora, mayor tiempo de escolaridad con interacción permanente, organización de ciclos y grupos de trabajo con varios grados, entre otras variables, podrían lograr mayor aprendizaje de todos los estudiantes.

Referencias

Bogoya, D. (2019). Benchmarking de colegios. Elementos de calidad de la educación media en Colombia. Recuperado de: https://sites.google.com/a/unal.edu.co/danielbogoya/4-benchmarking-de-colegios.

Bruns, B., Luque, J. (2014). Profesores excelentes. Cómo mejorar el aprendizaje en América latina y el Caribe. Washington: Banco Mundial.

Koedel, C., Mihaly, K. & Rockoff, J. (2015). Value-added modeling: A review. Economics of Education Review, 47, 180-195. Recuperado de: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0272775715000072.

José Villella

Doctor en Didáctica de la Matemática, abocado al estudio de la enseñanza de la geometría. Investiga en el CEDE de la UNSAM y en la Fundación Cultural Glaux de Buenos Aires, Argentina.

El devenir del **punto**

El título de este artículo quedaría más completo si se le agregaran dos puntos y una idea a continuación. Debería decir, *El devenir del punto: dilemas en la didáctica de la geometría*. De esa forma, tres son los conceptos que se relacionan y que vertebran las ideas a desarrollar. Nos referimos a: devenir, dilemas y didáctica de la geometría. Cada uno de ellos se complementa en su discurrir en el texto que elegimos para expresar nuestras propuestas y todos se hilvanan a través del concepto de *punto*, una idea de la cual partimos para construir un entramado de otras ideas que conforman el apasionante mundo de la geometría escolar, que en este trabajo asociaremos al estudio del espacio como saber estratégico que permite planificar el movimiento, la acción.

Así, el *llegar* a ser del punto lo colocará en un estatus privilegiado para el análisis didáctico de las secuencias de clase que lo tienen como protagonista –aunque en algunas representaciones prefiera aparecer como necesario personaje secundario- y nos permitirá desarrollar tópicos referidos al rol profesional del docente que enseña geometría en la escuela.

1. El “llegar a ser” del punto

Diremos que, en tanto término de los llamados primitivos, el punto no admite definición y por ello será durante todo este trabajo considerado como una idea, una abstracción. Lo asociaremos a la mayor concisión y lo haremos encontrar en la escritu-

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/el-devenir-del-punto/

ra su forma material, perteneciendo así al lenguaje y queriendo significar silencio. En su aparición material remite a la no existencia, a la interrupción y al mismo tiempo se transforma en el puente entre una idea y otra. En tanto signo exterior al que referimos nuestra percepción desde pequeños, el punto se vuelve una costumbre y corre el riesgo de opacar la riqueza inaudible del símbolo. Artísticamente el punto se vuelve un ser viviente, enriquece el mundo de lo visual para el cual aparece como el choque de un instrumento con la superficie material. Así, la invisibilidad geométrica deviene material adquiriendo tamaño, recubriendo una impensada superficie, haciéndose poseedor de ciertos límites que lo aíslan de lo que lo rodea. Puede, al más típico estilo de Kandinsky, desarrollarse, volverse superficie y llegar a cubrir el plano. Pareciera que de esa forma el sonido interior cubre el espectro de lo audible; la forma se vuelve imprecisa; aparece una cierta ambivalencia en esa forma única, mínima, elemental. Comienza el entrecruzamiento entre saberes: geométricos, artísticos, filosóficos… tiene sentido estudiar para aprender geometría; tiene sentido reflexionar acerca de la enseñanza.

2. Dilemas en la enseñanza de la geometría

Enseñar geometría supone, para esta propuesta, adentrarse en el mundo de la construcción de los aprendizajes a partir del fomento de situaciones de enseñanza que coadyuven a la generación de nuevos conceptos.

Creemos que los docentes trabajan poco en la escuela con problemas en el espacio real, y, en los casos en los que dedican tiempo a la enseñanza de la geometría, lo hacen sobre el punto, el nombre de las figuras a las que él pertenece, el dibujo de polígonos con los que se generalizan las figuras, la memorización de fórmulas, el cálculo de áreas y de algunos volúmenes, las rectas… Esta descripción de la tarea docente caracteriza problemas profesionales basados en que muchos los docentes desconocen las aportaciones que la investigación en didáctica de la matemática ha realizado en este ámbito y en muchas ocasiones tienen escaso acceso a materiales y recursos adecuados para el desarrollo de dichos conocimientos en el aula. Por ello es necesario hacer una

diferenciación entre la enseñanza de conocimientos espaciales y la enseñanza de la geometría. El espacio sensible es aquel en donde están contenidos los objetos y es accesible por medio de los sentidos; el espacio geométrico es el resultado de un esfuerzo teórico llamado geometría que permite dar razón de lo sensible.

La geometría euclidiana que puebla nuestros diseños curriculares, está construida sobre un espacio puro y perfecto: no es el estudio del espacio y de nuestras relaciones con el espacio, sino el lugar donde se ejercita una racionalidad llevada a su excelencia máxima, donde el punto tiene existencia. Los conocimientos espaciales y conocimientos geométricos tienen, por lo tanto, características diferentes. Las niñas y los niños disponen de conocimientos espaciales mucho antes de aprender conocimientos de geometría. En esa génesis de los conocimientos, la geometría debe ser enseñada para que pueda existir. En el caso de los conocimientos espaciales podemos hablar de una génesis natural y, en el de los conocimientos geométricos, totalmente escolar. Aunque existe una gran cantidad de palabras comunes entre lo espacial y lo geométrico, sin embargo, no tienen el mismo significado. En la vida corriente o profesional (fuera de la matemática) ninguna persona usa vocabulario geométrico para denotar como rectángulo a un objeto de forma cuadrada; en geometría, por el contrario, afirmar que todo cuadrado es un rombo, constituye la manifestación de un conocimiento particular, de una proposición geométrica que ha sido objeto de enseñanza.

En los programas escolares, la estructura de los conocimientos espaciales es menos conocida, aunque se utiliza con mayor asiduidad para resolver situaciones concretas en diferentes campos profesionales: carpintero, dibujante, electricista, topógrafo, plomero, albañil, ingeniero, etc. Esta organización conceptual de los contenidos algunas veces la aleja de los problemas reales a los cuales puede ayudar a resolver. En los problemas espaciales, mostramos la solución que hemos encontrado y validamos su idoneidad utilizando medios empíricos. En los problemas geométricos recurrimos a una solución matemáticamente probada.

La naturaleza de la validación de los saberes en geometría, nos lleva a desarrollar competencias para la demostración. Esta última afirmación genera preguntas profesionales: en la escuela, ¿se estudian los conocimientos que toda ciudadana o ciudadano necesita para desenvolverse en el espacio?; ¿se enseña geometría para contribuir al desarrollo y al dominio de las relaciones de los alumnos con el espacio sensible?; ¿se enseña geometría solo para desarrollar un aprendizaje de conocimientos que son objeto de un saber cultural totalmente formalizado?; ¿pasan los alumnos de forma natural de una relación práctica y espontánea con el espacio a una actividad de modelización geométrica?

Cuando hablamos de modelización, lo hacemos en dos sentidos: la modelización analógica y la geométrica. La modelización del espacio se denomina analógica porque los alumnos, en los procesos de resolución de las situaciones problemáticas propuestas en el espacio vivido, ponen en funcionamiento estrategias basadas en la construcción de esquemas, croquis, dibujos, grafos, mapas, planos. Esta modelización conserva propiedades de naturaleza topológica: proximidad, orden, convexidad, interior, exterior, frontera, continuidad, pero no conserva siempre relaciones geométricas tales como la proporcionalidad, el paralelismo, la perpendicularidad, etc.

La modelización del espacio se denomina geométrica porque los alumnos, construyen técnicas basadas en conocimientos de geometría: ángulos, rectas, polígonos, simetrías, giros, traslaciones, paralelismo, perpendicularidad, congruencia, semejanza… Se trata de una modelización que les permite establecer una relación con el espacio de tal manera que las nociones geométricas intervengan como medios de decisión, de acción, o de previsión razonada sobre un espacio sensible.

Así surge otra pregunta sobre la práctica de enseñanza de la geometría: ¿en qué beneficia al aprendizaje el proponer secuencias que permitan evolucionar de una modelización analógica a una modelización geométrica?

3. Las prácticas de enseñanza como objeto de estudio de la didáctica de la geometría

Diremos que las prácticas de enseñanza de la geometría de los docentes en el aula, pueden caracterizarse de acuerdo con el tipo de matemática que la sustenta, en función de la metodología empleada o del análisis didáctico que de ellas podamos realizar. Calificaremos a cada una de esas miradas con los adjetivos: epistemológica, metodológica y didáctica.

Bajo la mirada epistemológica, nos preguntamos: ¿qué matemática sustenta la práctica?: ¿Euclidianismo, cuasi-empirismo, constructivismo, estructuralismo…? ¿Se sustentan todas las prácticas sobre el mismo principio epistemológico? ¿Cómo se evalúa la coherencia de este sustrato epistemológico?

Bajo la mirada metodológica entendemos por gestión de la clase al proceso de diseño, ejecución, evaluación y generalización de las estrategias de enseñanza desplegadas por los docentes en el espacio de trabajo escolar, donde la intención es la enseñanza de los contenidos geométricos.

En este escenario es donde la circulación de los saberes geométricos puede asumir diversos modelos: los que se basan en la transmisión verbal de los contenidos organizados de manera acumulativa y según la lógica de la disciplina; los que pretenden racionalizar los procesos de enseñanza proponiendo como alternativa la descripción de los aprendizajes esperados en términos de conductas observables y programando exhaustivamente las actividades; los que se caracterizan por respetar la autonomía y libertad de los alumnos durante su proceso de aprendizaje; los que toman en consideración que en la clase se produce una suerte de negociación entre los intereses de los alumnos (significatividad de los contenidos) y los de los docentes (coherencia epistemológica de los contenidos).

En esta negociación, los docentes son los mediadores naturales entre los contenidos y los estudiantes. Abonamos a la idea de que esta última, es la cualidad de la práctica que logra más y mejores aprendizajes y se resume en un proceso en que dialogan dos necesidades, dos lógicas diferentes. Mientras los docentes diseñan y formulan problemas geométricos, los alumnos desarrollan estrategias de solución que en su conjunto determinan un proyecto de actividad en el aula en el que los contenidos a estudiar alcanzan su mayor expresión.

La mirada didáctica nos da elementos para analizar las prácticas de enseñanza en el aula de geometría. Nos permite reflexionar si los problemas presentados por las y los docentes son significativos, tanto para el contenido como para los alumnos. Además, genera elementos para estudiar si los proyectos diseñados por los alumnos como solución a los problemas planteados resultan eficaces.

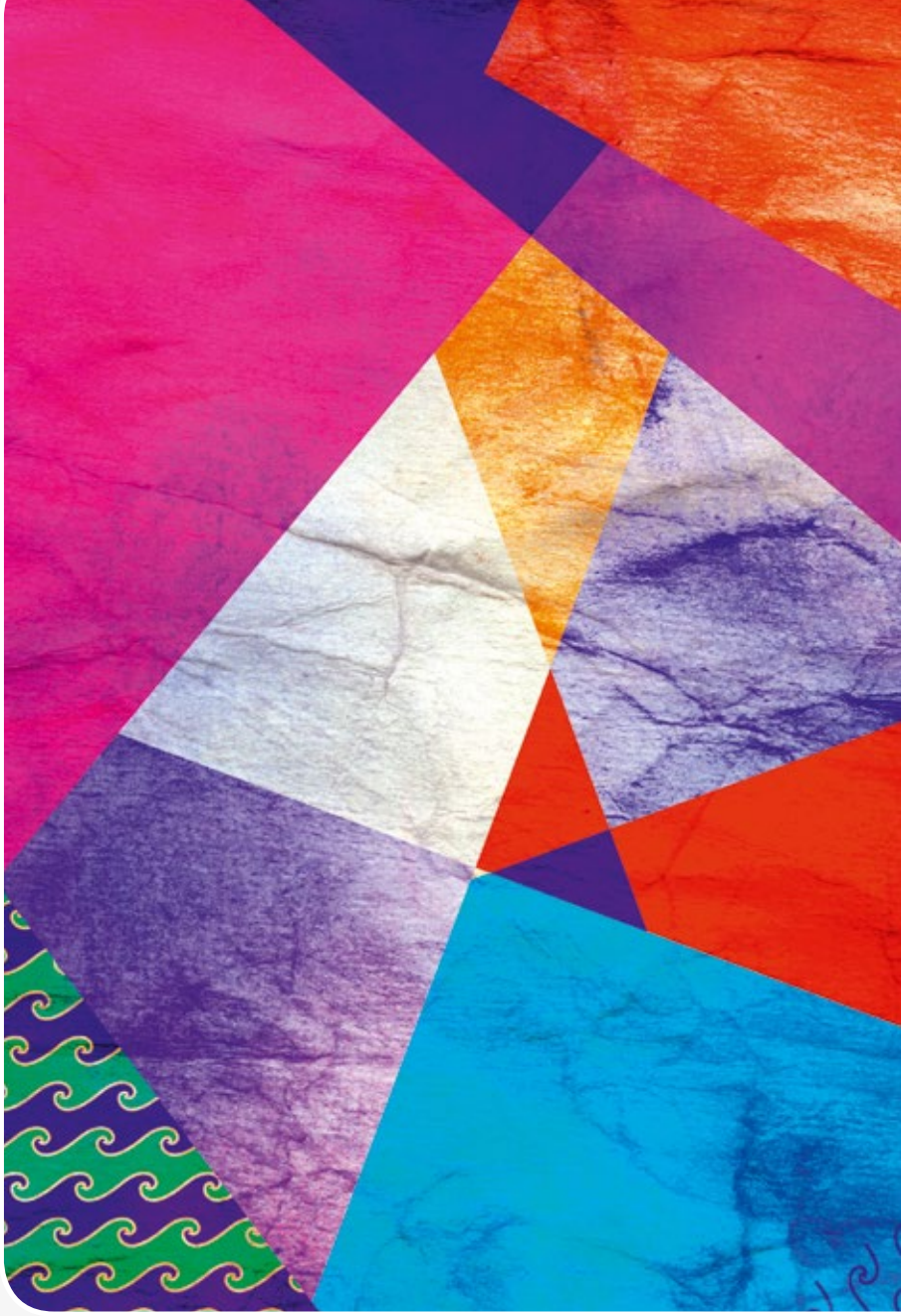
Con esta mirada, los docentes pueden reflexionar acerca de la generación o no, en sus clases, de actividades que aludan a la abstracción, invención, prueba y aplicación como parte ineludible de las competencias intelectuales que el estudio de la geometría en el aula debe dejar como resultado, cualquiera sea el nivel educativo en el que se desarrolle y siempre tomando como premisa, la adecuación de las propuestas y la validez de los resultados alcanzados al nivel evolutivo de los alumnos que conforman la comunidad de aprendizaje donde se desarrollan los proyectos.La explicitación de estas tres miradas como recursos profesionales docentes, ponen en evidencia las diferencias epistemológicas entre la naturaleza del conocimiento científico y el conocimiento práctico de los docentes.

Estas y estos profesionales, además de conocer los temas relacionados con su asignatura deben ser capaces de actuar frente a las situaciones de trabajo en el aula de forma rápida y eficaz, ofreciendo soluciones concretas a situaciones particulares, percibiendo la situación, interpretando la situación, reaccionando frente a la situación; poniendo en práctica una actitud docente reflexiva frente a su práctica.

4. La didáctica de la geometría como herramienta para la reflexión sobre las prácticas de enseñanza

De acuerdo con lo que desarrollamos, en el aula, la búsqueda mecánica de solución a los problemas puede sustituirse por la conjeturación, invención y resolución de problemas como situaciones abiertas, en donde no siempre toda la información está disponible –o hay más de la necesaria-, donde la solución no siempre existe o no es única y donde "el otro" aparece como una figura insoslayable para el aprendizaje, que sin dejar de ser un acto eminentemente individual, se transforma en una actividad social en la que prevalece la discusión y el compartir ideas, sugerencias y propuestas. Cuando los docentes asumen conscientemente este rol, gestionan sus clases con relación a un discurso que propone cuestiones y tareas provocadoras, que impliquen y estimulen el pensamiento de los alumnos haciendo que estos clarifiquen y justifiquen sus ideas verbalmente y por escrito; decidiendo qué ideas de las que surgen durante los debates se van a tratar en profundidad y en función de esta socialización de conocimientos, decidir cuándo y cómo introducir notación y lenguaje matemático en las ideas de los alumnos en orden a formalizarlas y luego generalizarlas; decidir cuándo proporcionar información, clarificar un tópico, modelizar, guiar o enfrentar a los estudiantes las dificultades surgidas. Asimismo, son estos docentes quienes guiarán la participación del alumnado en las discusiones y decidirán cuándo y cómo animar la participación de cada una de ellas y de ellos en el apasionante juego del aprendizaje escolar.

De esta manera podrá hacer que las alumnas y los alumnos atiendan, respondan y cuestionen lo que se exprese; usen una amplia gama de herramientas para razonar, establecer conexiones, resolver problemas y comunicarse; formulen conjeturas y presenten posibles soluciones a las mismas; exploren ejemplos y contraejemplos para investigar una conjetura; intenten convencerse a ellos mismos y al resto de compañeros de la validez de representaciones, soluciones, conjeturas y respuestas particulares; utilicen la evidencia y los argumentos matemáticos para determinar la validez de sus propios razonamientos y el de los demás. En síntesis, en la reflexión sobre la práctica habrán utilizado herramientas de la didáctica de la geometría que nosotros presentamos a partir del estudio del punto. **RM**



Bibliografía

BALL, Deborah y otros (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, 59 (5), 389-407.

FERRAGINA, Rosa (ed.) (2014). GeoGebra entra al aula de matemática. Buenos Aires. Miño y Dávila.

FIORITI, Gema. (comp.). (2017). Recursos tecnológicos para la enseñanza de matemática. Buenos Aires. Miño y Dávila-UNSAM Edita. Buenos Aires.

FOUREZ, Gerard (2008). Cómo se elabora el conocimiento. Madrid. Narcea.

VILLELLA, J. (2006). Ideas para enseñar a través de problemas. Montevideo. Espartaco – EHU UNSAM.

VILLELLA, J. y otros (2018). A Professional Development Experience in Geometry for High School Teachers: Introducing Teachers to Geometry Workspaces. En P. Herbst et aál. (eds.), International Perspectives on the Teaching and Learning of Geometry in Secondary Schools, ICME-13 Monographs, disponible en https://doi.org/10.1007/978-3-319-77476-3_12

VILLELLA, J. y STEIMAN, J. (2019). Patio, parque y pizarrón. Estrategias para enseñar geometría a chicos de 9 a 14 años. Montevideo. Ediciones Espartaco. Océano

Funciones ejecutivas y la (de)construcción de incógnitas

David Bueno

Profesor e investigador de la Universidad de Barcelona. Genetista de formación, se ha especializado en neurociencia, concretamente aplicada al campo de la educación. Es autor de 60 artículos científicos y de diversos libros, incluidas obras de ensayo, de divulgación y manuales universitarios sobre neurociencia y educación.

Anna Forés

Profesora e investigadora de la Universidad de Barcelona. Doctora en Filosofía y Ciencias de la Educación. Se ha especializado en resiliencia y neuroeducación/neurodidáctica. Es autora artículos científicos y libros, incluidas obras de ensayo, de divulgación y manuales universitarios sobre las temáticas educativas. Ambos tienen un equipo de trabajo e investigación del cual nacen el posgrado de neuroeducación de la Universidad de Barcelona http://www.ub.edu/neuroedu/posgrado/ y los Congresos Internacionales de Neuroeducación. http://www.ub.edu/neuroedu/congreso/.

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/funciones-ejecutivas-y-la-deconstruccion-de-incognitas/

El aprendizaje es la base sobre la que se sustentan los cambios adaptativos del comportamiento, los cuales son necesarios para sobrevivir en un entorno cambiante e incierto. El cerebro humano, a través de decenas de miles de años de evolución, se ha adaptado a ello. Aprendemos para adaptarnos y, de forma recíproca, la adaptación conlleva necesariamente aprendizaje. Así, los aprendizajes más eficientes son los que se relacionan directamente con las necesidades del entorno, pero este entorno es, como se ha dicho, cambiante e incierto. Hoy más que nunca en la historia estamos en un momento VUCA. Se trata de un acrónimo formado por las siglas de las siguientes palabras: Volatilidad, Incertidumbre, Complejidad y Ambigüedad. VUCA representa el futuro incognoscible. (Grané, Forés, 2019) La volatilidad cede ante la visión que nos permite responder anticipadamente; la incertidumbre cede ante la comprensión alcanzada mediante la capacidad de observar y escuchar; la complejidad cede ante la claridad de las ideas y de los principios que nos guían; y la ambigüedad cede ante la agilidad en el análisis y la toma de decisiones que nos posibilita instaurar el cambio incremental e iterativo.

Ello implica que una parte importante de la educación debe incluir la capacidad de análisis crítico no solo de los propios procesos cognitivos, la metacognición, sino también del entorno, para anticiparse a sus cambios e incluso propiciarlos en la dirección deseada. Y también debe incluir la capacidad de gestionar, de forma reflexiva, las respuestas conductuales, inhibiendo cuando sea necesario los comportamientos impulsivos para lograr una ganancia mayor a medio y a largo término, y de poder generar respuestas diferentes ante una misma situación, lo que se viene en llamar flexibilidad cognitiva. En conjunto, todos estos procesos forman parte de las denominadas funciones ejecutivas.

Las funciones ejecutivas son un conjunto de procesos cognitivos que permiten dirigir la conducta hacia la consecución de objetivos y la resolución de problemas. Incluyen habilidades de pensamiento como aprender, recordar, aplicar, analizar, evaluar y crear. Operan mayoritariamente de manera preconsciente, pero su entreno a través de la práctica permite una mayor capacidad de autogestión personal. A nivel anatómico, las funciones ejecutivas se sustentan en la actividad de la corteza prefrontal del cerebro, que también incluye redes implicadas en el razonamiento, la creatividad, la planificación y la toma de decisiones, entre otras. También se sustentan en las conexiones que esta zona del cerebro establece con otras regiones, como por ejemplo algunas áreas del sistema límbico, como el hipocampo, las amígdalas, el tálamo y el estriado, especialmente en la gestión de acciones dirigidas a metas (figura 1).

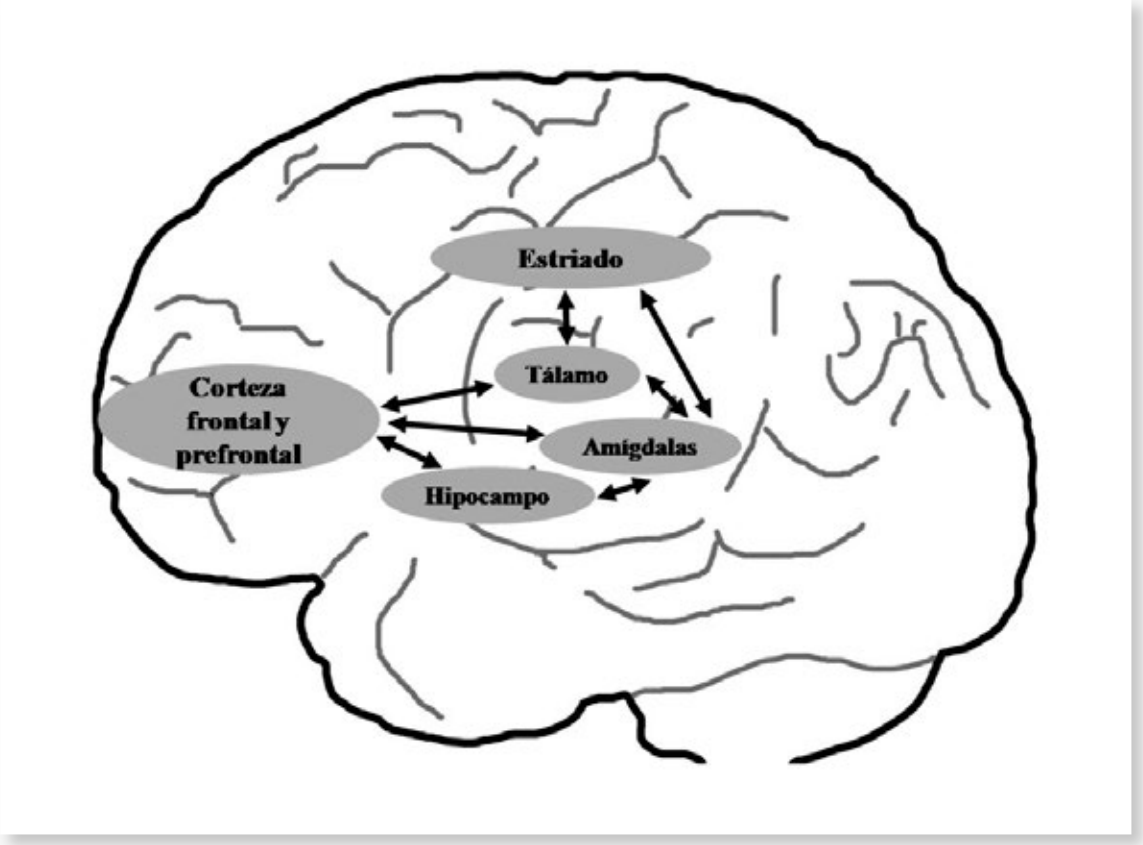


Figura 1. Redes neurales implicadas en las acciones dirigidas a metas. Fuente: modificada de Bueno, D. (2019) 2. Neurociencia aplicada a la educación. Editorial Síntesis. (Con permiso del autor).

El hipocampo es el centro gestor de la memoria; las amígdalas son las estructuras neurales que generan las emociones; el tálamo está implicado en la atención y en establecer el umbral de consciencia; y el estriado genera las sensaciones de recompensa cuando realizamos determinadas actividades, como cuando tomamos una decisión, vemos que nuestro esfuerzo se ve recompensado, que nuestras actitudes son bien valoradas por el entrorno social, etcétera. Dicho de otra manera, las funciones ejecutivas se relacionan con la memoria, las emociones, las sensaciones de recompensa, la atención y la consciencia, entre otras capacidades cognitivas.

Las funciones ejecutivas incluyen diversos procesos cognitivos, entre los que destacan la memoria de trabajo, el control inhibitorio de los impulsos y la flexibilidad cognitiva. La memoria de trabajo permite el almacenamiento y la manipulación temporal de información, lo que hace que sea imprescindible para los procesos reflexivos y racionales y para la toma de decisiones. Se considera que las personas adultas pueden contener unos siete ítems simultáneamente en promedio en la memoria de trabajo, aunque existe variabilidad, desde solo tres o cuatro hasta nueve. Cuantos más ítems puede gestionar simultáneamente para categorizarlos, buscar similitudes o diferencias, extraer conclusiones, etcétera, más capacidad reflexiva mostrará ese individuo. La memoria de trabajo es, sin embargo, efímera, y dura menos de 20 segundos, tras los cuales hay que "recargarla". En este sentido, el mantenimiento de la atención es imprescindi-

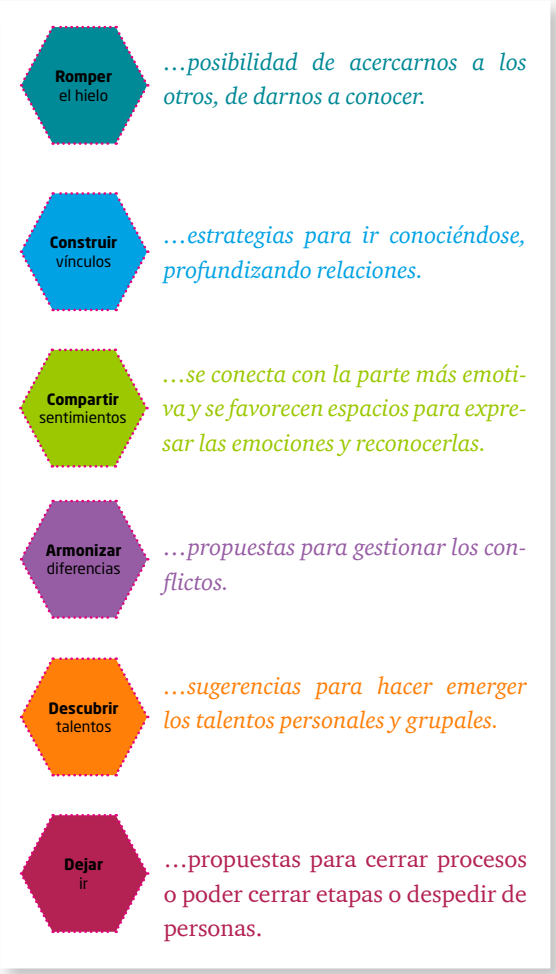
1 Grané, J., Forés, A. (2019). Los patitos feos y los cisnes negros. Barcelona. Plataforma editorial

2 Bueno, D. (2019). Neurociencia aplicada a la educación. Madrid: Editorial Síntesis. En prensa.

ble para recuperar los ítems, descartar los que ya no sean necesarios e incorporar de nuevos. Como cualquier otro aspecto cerebral, esta capacidad va madurando con la edad, y su uso incrementa su capacidad. Hay muchos juegos y otras actividades diseñadas a este efecto, por ejemplo jugar al ajedrez. La memoria de trabajo es la que nos permite retener cosas en la mente para solucionar problemas o tomar decisiones, retenemos varias posibles jugadas a realizar según responda el contrincante. O hacer teatro, reteniendo los textos de los personajes. La memoria de trabajo es clave para tomar apuntes por ejemplo. Pero también la podemos potenciar con sencillos ejercicios muy gratificantes, por ejemplo cuando entre todos construimos un relato a partir de las aportaciones de las personas anteriores, necesitamos no solo estar atentos sino tener la memoria de trabajo activada.

En lo que respecta al control inhibitorio de los impulsos permite gestionar y reconducir las emociones una vez se han generado, lo que es necesario para la consecución de metas conscientes que impliquen recompensas a largo término. En este sentido, cabe decir que las emociones son patrones de conducta o de reacción preconscientes que se desencadenan ante cualquier situación, externa o interna (como un pensamiento) que requiera una acción rápida. El pensamiento reflexivo es más lento y consume mucha más energía. En cambio, las emociones, como el miedo, la ira, el asco, la tristeza, la alegría o la sorpresa, entre otras, son mucho más rápidas, impulsivas, por lo que son imprescindibles para la supervivencia en entornos cambiantes e inciertos. Sin embargo, para la consecución de objetivos a medio y largo término, la reflexividad y el raciocinio son también imprescindibles, por lo que también lo es la gestión emocional, o el control inhibitorio de los impulsos, que está incluida en las funciones ejecutivas. Hay otros muchos juegos y actividades que también están diseñados para potenciar esta gestión emocional, a través del ensayo y la práctica. Por ejemplo Sihhona.edu es un juego de cartas creado por nosotros para trabajar la comunicación y las relaciones a partir del lenguaje emocional. *http://www.sikkhonaedu.com/*

Hemos identificado 6 contextos comunicativos en el entorno educativo y para cada uno de estos contextos proponemos diferentes dinámicas que permitan abrir espacios de comunicación y relación entre las personas. Finalmente, la flexibilidad cognitiva es la capacidad para cambiar de pensamiento alrededor de dos conceptos diferentes, de



pensar en múltiples conceptos simultáneamente y de cambiar de forma flexible entre distintas tareas, operaciones mentales u objetivos. Dicho de otra manera, es la posibilidad de generar respuestas diferentes ante un mismo problema, lo que permite seleccionar reflexivamente la respuesta que se considere más adecuada. Se relaciona, por consiguiente, con la memoria de trabajo, el control inhibidor, la toma de decisiones, el pensamiento crítico y reflexivo y la creatividad, entendida en este caso como la posibilidad de imaginar distintos futuros alternativos. También incluye procesos de metacognición y de autoconsciencia, que permiten evaluar las propias respuestas para identificar y corregir los posibles errores cometidos, y establecer las fortalezas y las debilidades en cada acción.

La flexibilidad cognitiva permite también el traslado de conocimientos y habilidades más allá de su situación de aprendizaje inicial y la adaptación a situaciones novedosas o inesperadas, pensando sin rigidez y liberando el cerebro de automatismos poco eficientes. Por consiguiente, es fundamental para generar alternativas en la resolución de problemas y

2 Bueno, D. (2017). Neurociencia para educadores. Barcelona: Octaedro.

para promover la adaptación a entornos cambiantes e inciertos. Por estos motivos su potenciación es crucial en los procesos educativos. Como cualquier otra capacidad cognitiva, su uso permite incrementar el número de conexiones sinápticas implicadas, lo que le hace ganar en capacidad y en eficiencia.

En clave educativa, se puede facilitar el desarrollo de la flexibilidad cognitiva por ejemplo Charo Rueda en su TED la atención en el corazón de la inteligencia *https://www.ted.com/tedx/events/30407* explica muy bien cómo conseguir entrenar la atención para mejorar las funciones ejecutivas. La atención es una de las puertas principales para el aprendizaje, así que trabajarla es clave para conseguir nuestro objetivo educativo. Uno de los ejemplos que nos presenta en la charla es cuando se pide a las personas por el tamaño de dos animales, pero las imágenes que se les enseña a veces invierten el tamaño real del animal, a modo de ejemplo se presenta un gato y un caracol, y el caracol se presenta de un tamaño superior en la foto que el propio gato. Con lo cual el sujeto no solo ha de estar atento, tener memoria de trabajo sino flexibilidad cognitiva, para ir discriminando el tamaño no por lo que observa sino por lo que conoce sobre el volumen del animal.

En resumen, las funciones ejecutivas son clave para realizar buenos aprendizajes eficientes basados en la reflexividad, en la gestión vital y en la construcción personal. Constituyen un sistema fundamental para razonar, resolver problemas de manera crítica y analítica y tomar decisiones que tengan en consideración, o que se ajusten, a estos procesos previos. También es un sistema clave para la formulación de objetivos racionales y para adecuar el comportamiento de forma flexible con la intención de alcanzarlos.

A pesar de todo lo explicado con anterioridad hay muchos temas por seguir indagando, investigando y conociendo sobre las funciones ejecutivas en particular y sobre el funcionamiento del cerebro en general de ahí que haya muchas incógnitas por seguir (de)construyendo. Ya expusimos con anterioridad (Bueno, 2017) 2. Once aspectos clave del cerebro para profundizar en la práctica educativa, pero aún quedan muchas más incógnitas por resolver. En ese proceso de la ciencia de ir descubriendo, construyendo y (de)construyendo, avanzando y con la humildad de reconocer que quizás lo que sabíamos hasta ahora puede ser un error ante un nueva evidencia científica. Y eso justamente es el aprendizaje. Siempre nos queda una nueva oportunidad para seguir aprendiendo conjuntamente os esperamos en el II Congreso Internacional de Neuroeducación que justamente se centrará en las funciones ejecutivas y la (de)construcción de las incógnitas *http://www.ub.edu/neuroedu/congreso/*

Figura 2. Cómo trabajar la flexibilidad cognitiva. Fotos de Sikkhona.edu http://www.sikkhonaedu.com/

José Guillermo Martínez

Licenciado en Filosofía y Teología de la Pontificia Universidad Javeriana, Especialista en Legislación Educativa y Procedimientos de la Universidad Autónoma de Colombia.

El sentido de la formación de los estudiantes en **habilidades pro-sociales**

Las habilidades pro-sociales son un conjunto de competencias o de destrezas que cada vez más, adquieren mayor relevancia en los procesos educativos, sobre todo, de cara a la solución de los conflictos, la superación del acoso escolar o *bullying*, la reducción de la violencia escolar y la construcción de un ambiente sano en el entorno de la escuela. El presente texto hace una aproximación básica a este concepto, con el fin de ofrecer una herramienta a los educadores, que les permita potenciarlas en el contexto escolar.

Se puede definir el concepto habilidad o conducta pro-social como aquellos *actos realizados en beneficio de otras personas, o las maneras de responder a estas con simpatía, condolencia, cooperación, ayuda, rescate, confortamiento, acogida, empatía, entrega y generosidad, que las personas muestran en sus actuaciones, en las interacciones con otras, y que hacen parte de la construcción de la vida en común.*

Por su parte, González Portal M., (2010) define la conducta pro-social como *toda conducta social positiva con o sin motivación altruista. Positiva significa que no daña, que no es agresiva. A su vez se entiende por motivación altruista el deseo de favorecer al otro con independencia del propio beneficio. Por el contrario, la motivación no altruista es aquella que espera o desea un beneficio propio además del, o por encima del, ajeno.*

La misma autora –González Portal M., (2010)– afirma que se han realizado una serie de investi-

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/el-sentido-de-la-formacion-de-los-estudiantes-en-habilidades-pro-sociales/

gaciones, en las cuales se relacionó la conducta pro-social y la antisocial, con una serie de variables interpersonales, como por ejemplo sociabilidad, liderazgo, retraimiento social, agresividad, etc. En estas investigaciones, se encontraron algunas correlaciones significativas mediante el análisis factorial, a saber: a mayores refuerzos o incentivos de ayuda en el ámbito familiar, mayor socialización del individuo. También se comprobó que no había una relación significativa entre conducta pro-social y miedos, pero sí una alta correlación entre socialización y felicidad. Se vio también muy poca relación entre conducta pro-social y creencias irracionales o prejuicios.

Aplicando la teoría de Bandura del aprendizaje social se puede entonces afirmar cómo el hecho de desarrollar habilidades pro-sociales, es una respuesta a la conducta agresiva de las personas. Este método para remplazar la conducta agresiva, por conductas pro-sociales, se basa en tres técnicas, a saber: primero, por el modelado la persona puede ver cómo otros se comportan en forma socialmente aceptable; segundo, por la práctica reiterada de las conductas, puesto que esa persona practica dicha conducta reiteradamente y en forma guiada; y tercero, por la planificación del éxito, es decir que esa persona compruebe que comportarse de esa manera, dará como resultado beneficios o éxitos. Aplicando tal esquema, se obtuvieron buenos resultados no solo en delincuentes sino también en niños con comportamiento agresivo.

Las razones que justifican el empleo de métodos para obtener conductas pro-sociales son tres: a) la deshumanización que ha producido el desarrollo de las grandes ciudades, b) el desarrollo enorme de los medios de comunicación, que han hecho aumentar la difusión de información y casos límites, y c) un paradójico aumento y reducción convergentes de la sensibilidad de la sociedad ante situaciones de emergencia y de necesidad experimentadas por otros.

Las habilidades o destrezas pro-sociales constituyen entonces elementos fundamentales que se deben tener en cuenta cuando se quiere reducir la violencia, se quiere desarrollar la empatía y el trabajo colaborativo, se quiere enseñar también las habilidades necesarias para que las personas puedan desarrollar su consciencia moral, puesto que las mismas, son la base de habilidades más complejas que se hallan a la base de dicho desarrollo moral.

Además de lo anterior, el aprendizaje de las conductas o habilidades pro-sociales, en los niños y los jóvenes, tiene como objetivos los siguientes:

Brindar a los niños elementos de socialización y cortesía.

Se ha detectado que frecuentemente la agresión se instala en el repertorio de comportamientos de los niños y de los estudiantes, debido a que algún niño no sabe la forma adecuada de solicitar un juguete, el ingreso a un juego, el esperar su turno, el respetar la palabra o los sentimientos de los otros. Debido a esto, puede ser agredido por sus pares o aislado. A su vez, ante esta realidad, él puede tornarse violento. Dentro de estas destrezas se incluyen “decir gracias”, “comenzar una conversación”, “solicitar hablar”, “hablar amablemente”, etc.

Aportar a los niños herramientas de asertividad.

Esta se refiere a la capacidad de expresar eficazmente los propios deseos y necesidades. Cuando un niño carece de este tipo de destrezas, puede expresarse de manera irrespetuosa y agredir a sus pares, o puede ser incapaz de manifestar lo suyo, sus puntos de vista, sus sentimientos o sus emociones, situándose en un lugar pasivo. Esto propicia que sea victimizado. Dentro de tales habilidades pueden incluirse “conocer los propios sentimientos”, “expresar los propios sentimientos”, “compartir”, etc.

Darle a los niños elementos de prevención y manejo de los conflictos.

Estos apuntan a que los niños aprendan a “evitar que se instale la agresión” o “evitar involucrarse” en escenas de este tipo, cuando se les presente tal posibilidad. Además, pretenden enseñarle a los niños a auto-controlarse de manera suficiente para no desencadenar en ellos la violencia. Dentro de estas destrezas se incluyen “la relajación”, “la interpretación adecuada de los choques accidentales con los compañeros”, “recibir un no como respuesta”, “la escucha”, etc.

Propiciar en los niños la construcción de vínculos sociales.

Esto se refiere a crear en ellos la conciencia de que cada persona que encuentran a su paso es también un ser humano como ellos mismos. A partir del logro de dicha perspectiva, el niño puede comprender

que sus acciones producen placer o sufrimiento en los otros. Esto le permite tratarlos con empatía y tolerancia. Además, puede desarrollar los conceptos de solidaridad y compromiso social, indispensables para trabajar en equipo con los otros.

Potenciar su desarrollo moral.

Muchas de las habilidades o conductas pro-sociales son indispensables para que los niños y los jóvenes puedan avanzar en su desarrollo moral, pues además de generar en ellos empatía, les permite comprender las implicaciones de sus actos en los demás, las consecuencias de sus decisiones y la toma de perspectiva, entre otros aspectos que son fundamentales a la formación de la personalidad moral de las personas.

Nótese entonces cómo, en muchas ocasiones, antes que planear un con conflicto moral de gran envergadura a los niños y a los jóvenes, conviene o es más efectivo, potenciar en ellos la formación de habilidades pro-sociales, puesto que sin ellas o en ausencia de ellas, el conflicto moral, el debate moral, la argumentación moral y todas las demás habilidades que se requieren para lograr el desarrollo moral de los niños y de los jóvenes, no será posible. Es más, en ocasiones, ante la ausencia de este tipo de habilidades, difícilmente se logra que los niños hagan raciocinios o discurran moralmente, puesto que carecen de aspectos básicos como los mencionados anteriormente.

En concordancia con lo anterior, en muchos de los contenidos y procesos que se originan en el contexto escolar, se generan ocasiones para la reflexión y la formación moral de los niños y los jóvenes, se incluyen categorías que están centradas en la formación de las habilidades pro-sociales, de tal manera que los niños y jóvenes puedan ver, ya sea por modelamiento o por el debate que suscita la ausencia de las mismas, las consecuencias que se siguen de dicha ausencia, y por supuesto, el mal moral que se causa a los demás con las actuaciones cuando se carece de ellas.

Además de todo lo anterior y como conclusión, se podría decir que en el caso de los niños, hasta los 11 o 12 años aproximadamente, todo lo que proponga como las habilidades o conductas pro-sociales, tienen la función de realizar el aprestamiento para la vida moral que poco a poco va a irse desarrollando y formando en ellos.

El siguiente es un reportorio de habilidades pro-sociales que se hallan categorizadas u organizadas según su utilidad y que pueden orientar el trabajo de los educadores, cuando se afirma que los niños y los adolescentes deben desarrollarlas. **RM**

Habilidades sociales básicas		Habilidades relacionadas con la escuela		Habilidades para hacer amistades	
1	Escuchar.	9	Saber formular preguntas.	17	Saludar a los otros.
2	Hablar asertivamente.	10	Seguir instrucciones.	18	Unirse a un grupo.
3	Recompensarse uno mismo.	11	Intentar algo cuando es difícil.	19	Compartir con los demás lo que se tiene y se es.
4	Saber dar un cumplido a quien lo merece.	12	Detener lo que no está bien.	20	Esperar el turno que le corresponde.
5	Dar las gracias.	13	Ser buen compañero.	21	Participar en un juego.
6	Ignorar la agresión de otro.	14	Realizar trabajo cooperativo.	22	Ofrecer ayuda a quien lo necesita.
7	Saber pedir un favor cuando se requiere.	15	Ser solidario académicamente.	23	Pedir a alguien que juegue.
8	Pedir ayuda.	16	Trabajar en equipo.	24	Conocer a los demás.

Habilidades para el manejo de los sentimientos		Alternativas ante la agresión		Habilidades para el manejo del estrés	
25	Reconocer las emociones que generan las agresiones de otros.	35	Enfrentar asertivamente a quien tiene actitudes molestas.	44	Saber relajarse frente a lo situaciones que le generan tensión.
26	Reconocer los propios sentimientos.	36	Saber resolver un problema.	45	Enfrentar con actitud propositiva los errores.
27	Manejar las emociones que generan las agresiones de otros.	37	Responder con asertividad a quien lo está agrediendo.	46	Ser honesto en las actuaciones para no generar tensiones.
28	Buscar a alguien con quien hablar de cómo se siente.	38	Decidir si algo es justo y actuar en coherencia con ello.	47	Decidir prontamente qué hacer para reducir la tensión.
29	Manejar la rabia o la ira que se siente.	39	Asumir las consecuencias de una actuación personal.	48	Saber asumir la derrota o saber perder.

Laura Flórez Díaz

Licenciada en lenguas y magíster en Educación. Actualmente se desempeña como asesora de la Dirección General del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación – Icfes y gerente de la prueba Avancemos 4.°, 6.° y 8.°.

Nicolás Castro Vergara

Economista y magíster en Políticas Públicas. Forma parte del equipo de la Oficina Asesora de Gestión de Proyectos de Investigación del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación – Icfes y se desempeña como gerente de la prueba Avancemos 4.°, 6.° y 8.°.

Avancemos 4.º, 6.º, 8.º: *la apuesta de evaluación formativa del Icfes*

Al reconocer que uno de los objetivos principales de la evaluación es contribuir al proceso de aprendizaje de los estudiantes y ofrecer un diagnóstico de los aspectos que deben fortalecerse, el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, Icfes, puso a disposición de todas las instituciones educativas del país la prueba de evaluación formativa Avancemos 4.º, 6.º, 8.º. Esta nueva prueba es una herramienta de uso gratuito que permite reconocer y reforzar los aprendizajes en los que los estudiantes de los grados cuarto, sexto y octavo presentan dificultades. Adicionalmente, el reporte de resultados de la prueba brinda a los docentes sugerencias didácticas que pueden utilizar como insumo para enriquecer sus prácticas de aula.

Además de evaluar las áreas de Matemáticas y Lenguaje, que son consideradas transversales dentro del proceso educativo, Avancemos 4.°, 6.°, 8.° cuenta con un cuestionario de factores asociados que pueden incidir en el aprendizaje. Este cuestionario está conformado por dos módulos: el primero recoge las percepciones de los estudiantes sobre las prácticas educativas de los docentes y el segundo indaga sobre algún aspecto en particular que resulte de interés para las instituciones. De esta forma, el docente no solo cuenta con información sobre el estado de los aprendizajes de sus estudiantes, también puede conocer su opinión sobre las actividades que se realizan en la clase, las estrategias de evaluación empleadas y las tareas que el docente asigna para realizar en casa.

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/avancemos-4-o-6-o-8-o-la-apuesta-de-evaluacion-formativa-del-icfes/

La participación en la prueba es completamente gratuita y voluntaria, de esta forma todos los establecimientos educativos que deseen participar pueden hacerlo sin tener que pagar ningún valor por ello. Solo deben cumplir con un requisito: debido a que Avancemos 4.°, 6.°, 8.° se realiza completamente en línea, se debe garantizar la conectividad en la institución durante las semanas de aplicación para que los estudiantes puedan ingresar a la plataforma y presentar la prueba. El carácter digital de la prueba, si bien puede ser una limitación, busca aprovechar los recursos que brinda la tecnología, incentivar su uso y permite entregar los resultados en aproximadamente diez días.

De acuerdo con el propósito formativo de la prueba, Avancemos 4.º, 6.º, 8.º cuenta con dos aplicaciones durante el año: la primera, brinda un diagnóstico inicial sobre el desempeño de los estudiantes, que resulta fundamental para que el docente identifique qué aprendizajes ya se encuentran consolidados y en cuáles debe hacer un énfasis adicional en sus clases. Por su parte, la segunda aplicación le permite al docente realizar comparaciones y establecer la efectividad de sus estrategias de enseñanza. De esta forma, la prueba ofrece a los docentes herramientas para monitorear el desarrollo de los aprendizajes de sus estudiantes, evidenciar progresos y dificultades, y emprender las acciones de mejora que consideren convenientes de una manera informada.

El reporte de resultados se entrega a los docentes y directivos de las instituciones una semana y media después de cada aplicación de la prueba. Esto con el objetivo de que los docentes tengan la oportunidad de analizar los resultados y tomar este análisis como un insumo para ajustar sus planes de área y aula. Con el ánimo de apoyar al docente en este propósito, el reporte de resultados entrega las preguntas de la prueba y sugerencias didácticas que el docente puede utilizar para fortalecer en el aula cada uno de los aprendizajes evaluados.

La evaluación formativa: una tendencia en América Latina

Por evaluación formativa [1] se entiende el proceso en el que los resultados de las evaluaciones que se realizan en las aulas, se analizan y se utilizan para transformar las prácticas de enseñanza y así generar un impacto positivo en los aprendizajes de los estudiantes [2]. Se trata de un ejercicio cíclico en el que la evaluación deja de ser únicamente para conocer el resultado final de un proceso de enseñanza, y entra a hacer parte esencial de este, en tanto brinda evidencias que permiten monitorear y dirigir el rumbo del aprendizaje.

En la misma línea de Avancemos 4.°, 6.°y 8.°, algunos países en América Latina han incorporado pruebas de carácter formativo en sus sistemas de evaluación. Con esto, buscan brindar información valiosa a la comunidad educativa, especialmente a los docentes, para el fortalecimiento de su labor en las aulas de clase. En Chile, por ejemplo, se desarrolla la *Evaluación Progresiva* [3] , una prueba que evalúa la comprensión lectora en estudiantes de grado segundo y las competencias matemáticas en estudiantes de grado séptimo. La *Evaluación Progresiva*

[1] https://www.agenciaeducacion.cl/evaluaciones/evaluacion-formativa/

[2] Fuente: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/107758

[3] Fuente: https://www.evaluacionprogresiva.cl/

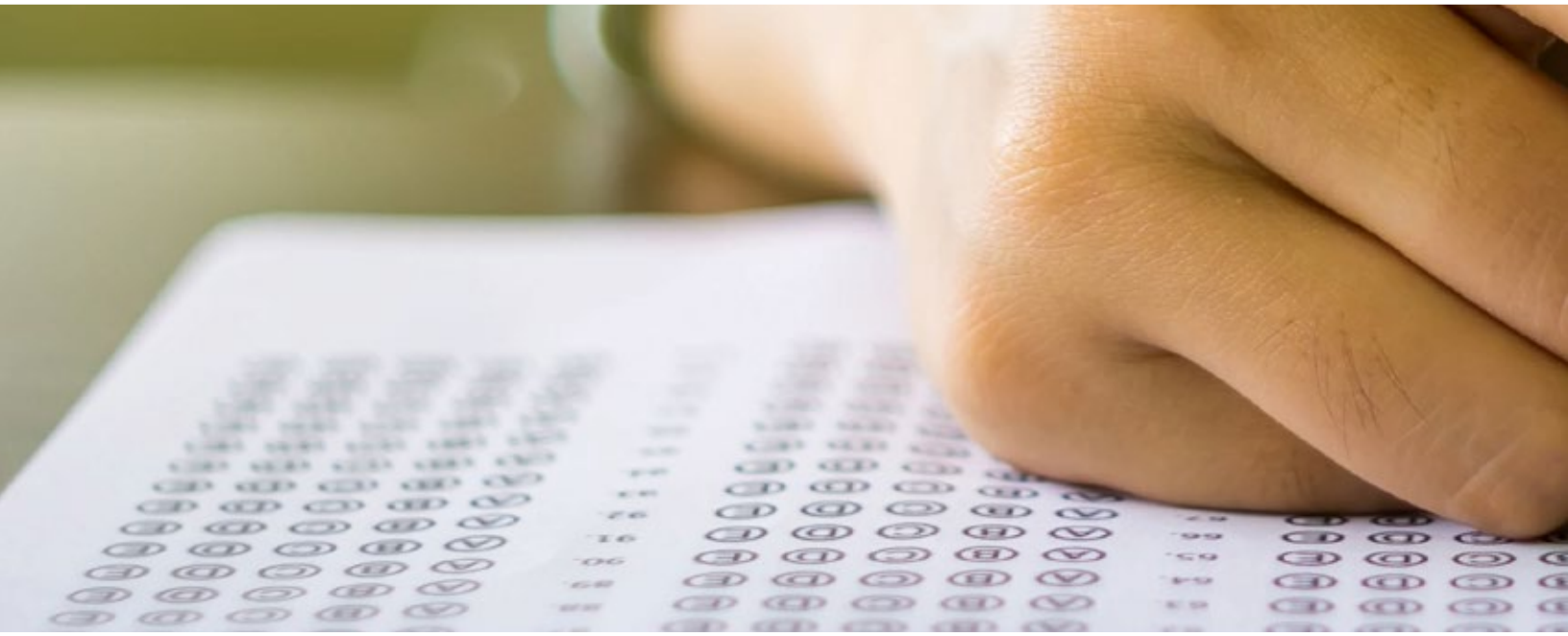
cuenta con tres aplicaciones en el año: la primera de diagnóstico que brinda información sobre el estado inicial de los estudiantes, la segunda de monitoreo, pensada para hacer seguimiento al avance de los estudiantes en el logro de los aprendizajes y la tercera de trayectoria que permite evidenciar el progreso de los estudiantes al finalizar el año escolar.

De manera similar, en Uruguay [4] la Evaluación Formativa [5] evalúa los aprendizajes en Matemáticas, Lenguaje y Ciencias de los estudiantes de tercero, cuarto, quinto y sexto de primaria, y primero, segundo y tercero de educación media. Su aplicación es de carácter censal y se realiza completamente en línea. Al igual que en el caso chileno, los resultados se entregan de manera inmediata, por lo que después de finalizada la presentación de la prueba, los distintos actores de la comunidad educativa pueden consultar y analizar en un portal específico, de acuerdo a su rol, el reporte de resultados.

Es así como los docentes pueden consultar los resultados de sus estudiantes, los directivos los resultados de su establecimiento y el inspector los resultados de las instituciones que pertenecen a su jurisdicción. Esto permite generar un proceso de diálogo informado entre los distintos niveles del sistema, que se enfoca en el fortalecimiento de los procesos de enseñanza. Ejemplo de ello es la conformación de las *Salas de Reflexión* al interior de los establecimientos educativos. En estos espacios se discuten los resultados de los estudiantes en las pruebas, sus progresos en la adquisición de aprendizajes y se proponen estrategias para mejorar las prácticas de enseñanza.

¿Por qué Avancemos 4.°, 6.° y 8.° tiene carácter formativo?

Al igual que en los casos de Chile y Uruguay, Avancemos 4.º, 6.º, 8.º, está diseñada para brindar a los docentes una herramienta que les permita fortalecer su labor en el aula de clases. No solo cuenta con dos aplicaciones en el año, lo que permite hacer seguimiento al proceso de aprendizaje, sino que entrega un reporte de resultados a los establecimientos y un reporte interactivo diseñado especialmente para los docentes con información detallada de cada uno de los estudiantes que participaron en la prueba y diferentes herramientas que facilitan el análisis y uso de los resultados en las aulas.En primer lugar, el reporte presenta los resultados de cada estudiante en términos de respuestas correctas e incorrectas, lo que permite una interpretación clara y sencilla del desempeño del estudiante. En segundo lugar, se entregan las preguntas de la prueba con la información de qué competencia, componente y aprendiza-



[4] *Fuente: http://www.anep.edu.uy/sea/?page_id=2650*

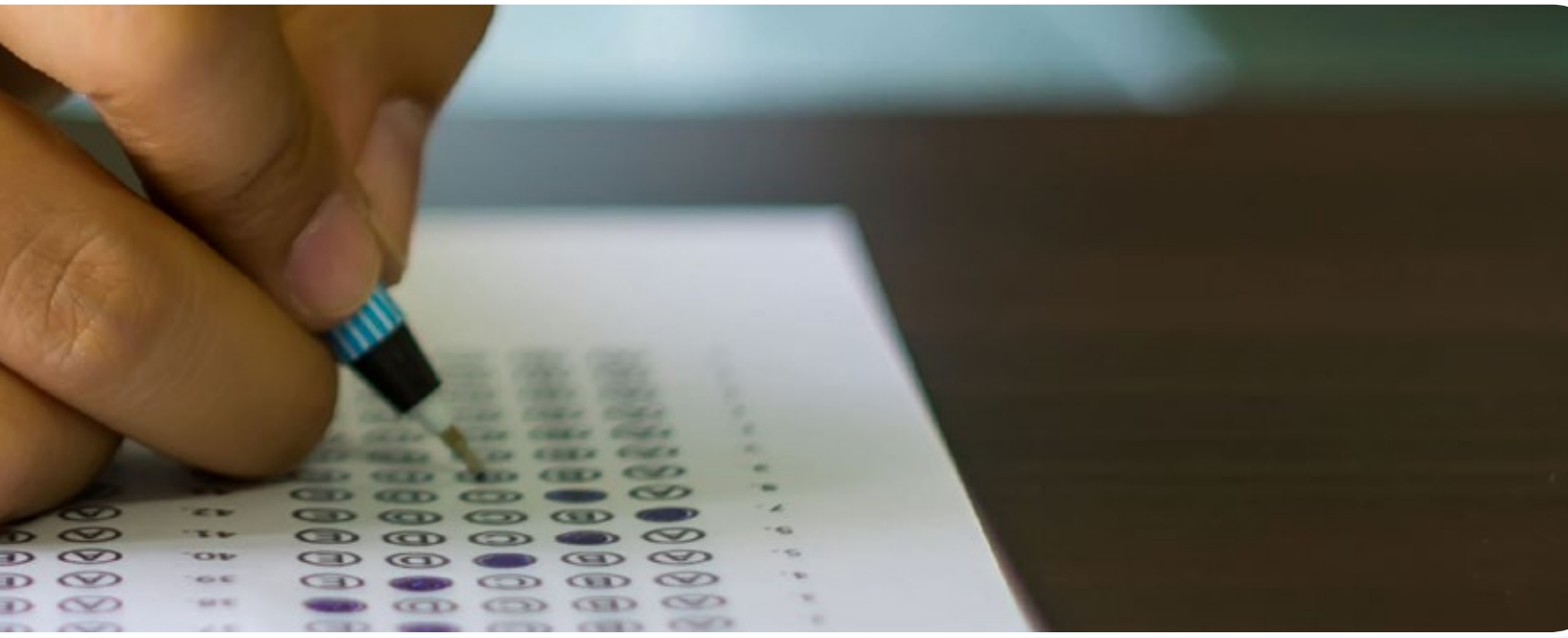
[5] *Fuente: https://www.youtube.com/watch?v=tcwv9DurPe0*

je se está evaluando. Esto no solamente le permite al docente entender la estructura de las matrices de referencia y ubicar los aprendizajes, sino conocer de primera mano qué se está evaluando. Adicionalmente, se incluyen sugerencias didácticas en texto y video, que se elaboraron con la colaboración de docentes ganadores del premio Compartir al Maestro de la Fundación Compartir, que los docentes pueden consultar como una alternativa para enriquecer sus prácticas de aula y fortalecer los aprendizajes que consideren pertinentes.

Finalmente, los docentes encontrarán gráficas que les ayudarán a comparar el desempeño de los estudiantes en las dos aplicaciones de la prueba para identificar posibles progresos en su aprendizaje. Con estas herramientas, se espera que el docente pueda conocer el estado inicial de los estudiantes, reflexionar sobre los resultados, ajustar su planeación de aula, implementar las estrategias de enseñanza oportunas y monitorear los aprendizajes de sus estudiantes.

Es importante señalar que, para esta aplicación, se contó con dos novedades principales. En primer lugar, se diseñó el reporte de resultados interactivo, que se diferencia del reporte en formato PDF de la aplicación piloto de 2018 en que ofrece diferentes opciones de navegación para los docentes. En segundo lugar, para la aplicación de 2019 de la prueba Avancemos 4.°, 6.°, 8.°, se pretende asegurar que los docentes tengan acceso directo al reporte de resultados de sus estudiantes. Es decir, este año cada docente cuenta con un usuario propio que le permite que acceder al reporte, consultarlo en línea y descargarlo sin la intermediación de los directivos de su institución.

Finalmente, para la segunda aplicación de la prueba, que tendrá lugar entre el 26 de agosto y el 13 de septiembre de 2019, se contará con un módulo que indagará acerca de las percepciones de los estudiantes sobre sus estrategias de aprendizaje. Esta información le brindará luces al docente sobre las diferentes estrategias de aprendizaje que emplean sus estudiantes y le ayudará a identificar sus preferencias en cuanto a actividades de clase y tareas. Se espera que pueda utilizar estas herramientas como insumo para adaptar sus prácticas a las características e intereses de su curso. **RM**



Avancemos 4.°, 6.° y 8.° en 2019

La primera aplicación de 2019 Avancemos 4.º, 6.º y 8.º contó con la participación de 484.958 estudiantes de todo el país. De estos, el 32% son estudiantes de 8.º, el 40% de 6.º y el 28% de 4.º.

Pablo Fraser
Analista de políticas educativas en el proyecto TALIS de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Ph.D. con doble mención en Teoría y Política Educativa, Política Internacional y Comparada en Educación de la Pennsylvania State University. Sociólogo chileno.

Markus Schwabe
Analista de políticas educativas en el proyecto TALIS de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Especialista en producción de campo, redacción de noticias, productos de Avid Technology, edición de audio y documentales, profesional en artes y diseño con una Licenciatura en Artes (B.A.) enfocada en Periodismo y Comunicaciones de la Universidad de Regina.

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/talis-2018/

TALIS 2018: *La profesión docente en Colombia* ***saca la voz***

Este artículo es una adaptación de una publicación existente OCDE. La información del artículo original es la siguiente: OECD, Colombia, Nota país: Resultados de TALIS 2018.
Autores: FRASER Pablo and SCHWABE Markus **Link:** https://www.oecd.org/education/talis/TALIS2018_CN_COL_es.pdf

La Encuesta Internacional sobre Enseñanza y Aprendizaje de la OCDE (TALIS, por sus siglas en inglés) es un cuestionario internacional sobre docentes, directores y el entorno del aprendizaje en los establecimientos educativos. Su principal objetivo es generar información relevante, comparable internacionalmente, para desarrollar e implementar políticas enfocadas en los directores, los docentes y la docencia, con un énfasis en aquellos aspectos que afectan el aprendizaje de los estudiantes. El estudio le da una voz a los docentes y directores, lo que les permite tener injerencia sobre el análisis y el desarrollo de áreas claves de la política educativa.

TALIS ha sido aplicado anteriormente dos veces (2008 y 2013) y en su tercer ciclo del 2018 Colombia participó por primera vez de este estudio. Alrededor de 48 países y economías junto con Colombia aplicaron los cuestionarios a los docentes y directores de los establecimientos educativos públicos y privados convencionales de secundaria obligatoria. En Colombia, 2 398 docentes de secundaria obligatoria y 141 directores completaron el cuestionario TALIS.

El presente artículo exhibirá los principales resultados para Colombia expueste en el primer volumen de TALIS Teachers and School Leaders as Lifelong Learners, publicado el 19 de junio del 2019, que explora el profesionalismo de los docentes y los directores al enfocarse en el área de sus conocimientos y habilidades. La presentación de resultados tendrá cuatro grandes bloques de presen-

tación: características socio-demográficas de los rectores, docentes y sus entornos de aprendizaje, los recursos prioriotarios señalados por docentes y rectores, el tipo de formación inicial y continua que han recibido y su preparación para ensenar a estudiantes con necesidades educativas especiales. La nota concluye con algunas recomendaciones de política educativa basadas en estos resultados.

¿Quiénes son hoy en día los rectores, los docentes y los estudiantes en las aulas?

En Colombia, los docentes tienen, en promedio, 44 años de edad, lo que es lo mismo que la edad promedio de los docentes en los países y economías OCDE que participan en TALIS (44 años de edad). Aún más, 34% de los docentes en Colombia tienen 50 años o más (promedio OCDE 34%). Esto significa que Colombia tendrá que renovar alrededor de uno de cada tres miembros de su fuerza laboral docente durante la próxima década.

En Colombia, los directores tienen, en promedio, 53 años de edad, lo que no es significativamente diferente de la edad promedio de los directores en los países y economías OCDE que participan en TALIS (52 años de edad). Sin embargo, 33% de los directores en Colombia tienen 60 años o más, en comparación con 20% en promedio en la OCDE; Colombia presenta una de las más alta concentraciones de directores dentro este rango de edad entre los países y economías participantes en TALIS.

La información sobre la distribución de género en la fuerza laboral permite medir el grado de desequilibrio de género en la profesión docente y las disparidades de género en la promoción a posiciones de liderazgo. En Colombia, solo 37% de los directores son mujeres, en comparación con 55% de los docentes. Esto puede comparase con los promedios OCDE de 47% de mujeres entre los directores y 68% entre docentes.

En términos del clima del aula, las relaciones entre estudiantes y docentes son positivas en general, con 96% de docentes en Colombia estando de acuerdo con la afirmación que los docentes se llevan bien con los estudiantes. Sin embargo, 15% de los directores reportan actos regulares de intimidación o acoso escolar entre sus estudiantes, lo que no es significativamente diferente del promedio OCDE (14%).

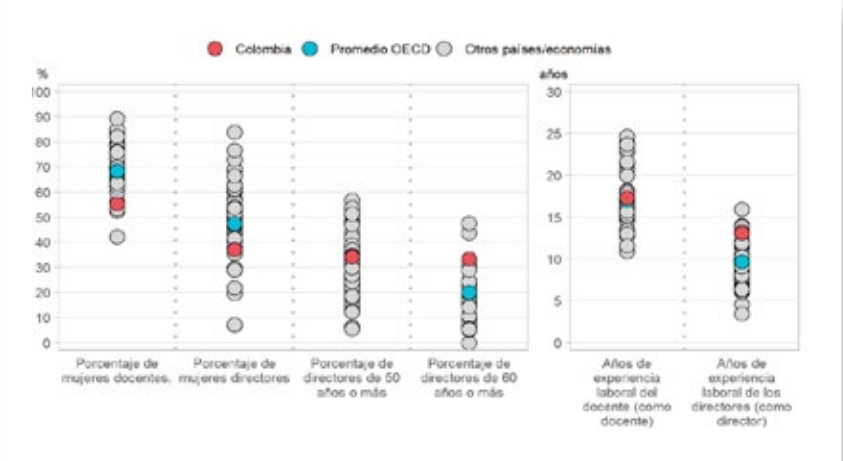


Gráfico 1. Perfiles sociodemográficos y de niveles de experiencia de docentes y directores. Resultados basados en las respuestas de los docentes y directores de secundaria obligatoria
Nota: Solo se muestran los países y economías con datos disponibles.
Fuente: OCDE, Base de datos TALIS 2018, Tablas I.3.17, I.3.21, I.3.1, I.3.5, I.3.9 y I.3.13.

A su vez, si bien solo el 3% de los directores de los países y economías OCDE que participan en TALIS reportan actos regulares de intimidación o abuso verbal entre docentes o el equipo administrativo, esta proporción asciende a 6% en Colombia.

En promedio en la OCDE, 20% de los docentes trabajan en establecimientos con al menos 30% de estudiantes con desventajas socioeconómicas (es decir, aquellos cuyos hogares carecen de ciertas necesidades básicas, como una vivienda adecuada, nutrición o atención médica). En Colombia, esta proporción es casi el cuadruple del promedio OCDE; 76% de los docentes trabaja en colegios con al menos 30% de estudiantes con desventajas socioeconómicas. Este resultado puede ser un reflejo de altos niveles de pobreza y / o altos grados de segregación social en el sistema educativo Colombiano.

¿Cuáles son los recursos educativos prioritarios señalados por los directores y docentes?

En términos de recursos escolares, Colombia se encuentra dentro de los países con la mayor proporción de directores reportando la escasez de recursos como uno de los principales obstáculos para entregar una educación en calidad; más de un 50% de los directores en Colombia reportan la escasez de 14 de los 15 recursos claves para brindar una educación de calidad. Los resultados más sobresalientes son que el 73% de los directores en Colombia reportan un insuficiente conexión a internet en sus escuelas (promedio OCDE 20%), un 70% reporta una carencia de infraestructura (promedio OCDE 26%), un 68% reporta una falta de equipo de apoyo (promedio OCDE 33%), un 68% reporta una falta de docentes con competencia para ensenar a estudiantes con necesidades educativas especiales (promedio OCDE 32%) y un 68% reporta una falta de docentes con con experiencia para ensenar en contextos multiculturales o multilingües (promedio de la OCDE 20%).

TALIS 2018 pide a los docentes que prioricen una serie de temas imaginando que pudieran incrementar el presupuesto educativo. En promedio, en todos los países de la OCDE, la prioridad número uno según los docentes es reducir el tamaño de las clases mediante la contratación de más personal (calificado de gran importancia por un 65% de los docentes) y, en segundo lugar, mejorar los salarios de los docentes (64% de los docentes). Aumentar los salarios recibió una alta calificación en la mayoría de los países y economías participantes en TALIS incluyendo a Colombia donde 82% de los docentes lo señalaron como una alta prioridad. Sin embargo, el tema priorizado por la mayor proporción de los docentes en Colombia es ofrecer formación continua de alta calidad; 89% de los docentes en Colombia priorizaron este tema en comparación con el 55% de los directores en países y economías OCDE que participan en TALIS.

¿Cómo se capacitan los docentes y los directores?

Durante su educación y formación inicial, 84% de los docentes en Colombia fueron instruidos en el contenido de la asignatura, la pedagogía y práctica del aula– una proporción que es más alta que el promedio en los países y economías de la OCDE que participan en TALIS (79%).

El 54% de los docentes reportan haber participado en algún tipo de inducción formal o informal cuando se unieron a su establecimiento educativo actual, en comparación con 42% de los docentes en los países y economías de la OCDE que participan en TALIS.

Si bien los directores de la OCDE generalmente consideran que la tutoría es importante para el trabajo

de los docentes y el rendimiento de los estudiantes 22% de los docentes principiantes (con hasta 5 años de experiencia) tienen un mentor asignado. En Colombia, esta proporción es de 22%.

En promedio, en toda la OCDE, los directores generalmente tienen un mayor grado educacional que los docentes. Sin embargo, solo la mitad de ellos ha completado, al menos una vez, algún curso o programa de capacitación para ser rector antes de asumir su puesto como rector.

En Colombia, 45% de los directores completaron un programa o curso de administración escolar o capacitación para rectores (promedio OCDE 54%), y 61% ha completado un programa o curso de capacitación en liderazgo instructivo (promedio de la OCDE 54%), antes de asumir su posición como rector.

A su vez, en promedio en Colombia, los directores reportan tener 8 años de experiencia en otros trabajos aparte de la docencia, la rectoría o la administración escolar, lo que es el doble del promedio entre los países y economías OCDE. Aún más, los directores en Colombia muestre los niveles más bajos de experiencia en su escuela actual cuando se compara con su experiencia total como directores, lo que sugiere una alta movilidad entre escuelas.

Participar en algún tipo de formación continua es común entre docentes y directores en Colombia, con 91% de docentes (promedio OCDE 94%) y 96% de directores (promedio OCDE 99%) que han asistido al menos una actividad de formación continua en el año anterior al cuestionario.

Pero, según los docentes, todavía falta desarrollar algunas áreas de la formación continua. En promedio en la OCDE, el desarrollo de habilidades avanzadas en el manejo de las TIC (tecnologías de la información y la comunicación) es un área en la que los docentes dicen que necesitan más capacitación, junto con la enseñanza en entornos multiculturales / multilingües y la enseñanza para estudiantes con necesidades educativas especiales. Entre estas tres áreas, los docentes en Colombia expresaron una mayor necesidad de capacitación en la enseñanza para estudiantes con necesidades educativas especiales.

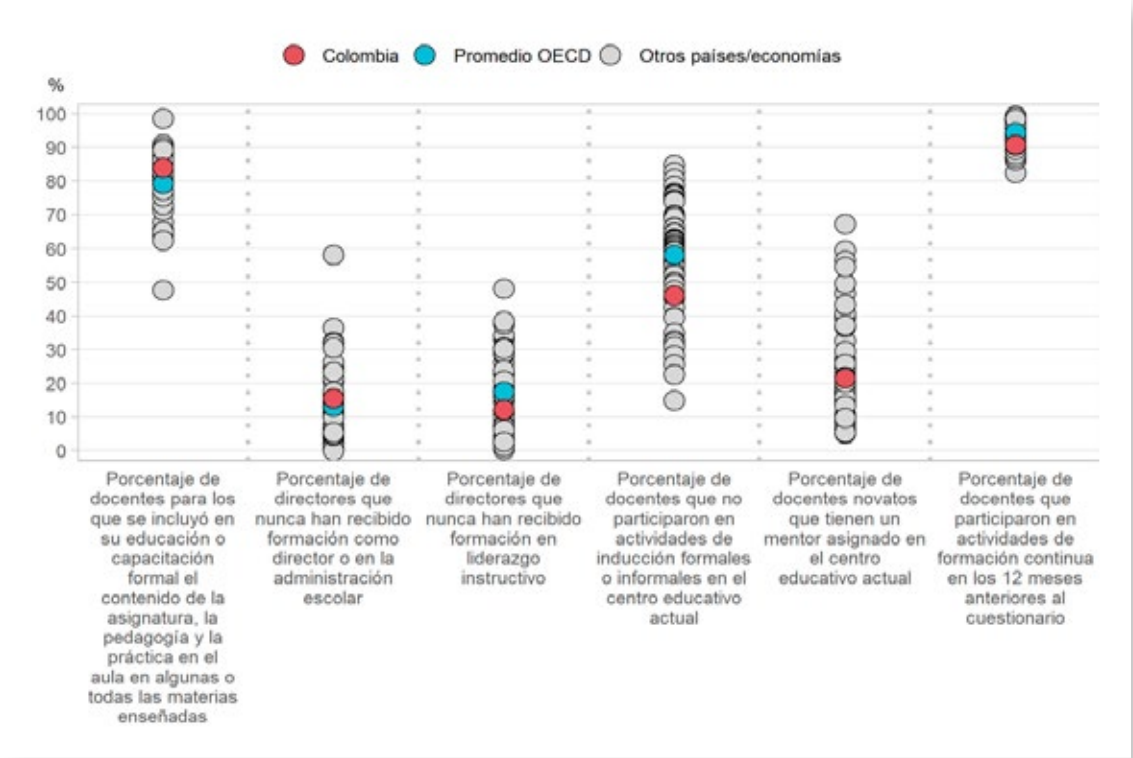


Gráfico 2. Formación inicial y continua
Resultados basados en las respuestas de los docentes y directores de secundaria obligatoria
Nota: Solo se muestran los países y economías con datos disponibles.
Fuente: OCDE, Base de datos TALIS 2018, Tablas I.4.14, I.4.28, I.4.39, I.4.64, I.5.2 y I.5.10.

Enseñando a estudiantes con diversas necesidades y niveles de habilidad.

En Colombia, 70% de los docentes fueron capacitados para enseñar en entornos de habilidades mixtas como parte de su educación o capacitación formal de docentes (promedio OCDE 62%), mientras 54% de los docentes se sintieron preparados para enseñar en dichos entornos cuando terminaron sus estudios (promedio OCDE 44%).

Aún más, aunque 42% de los docentes, en promedio, participaron en una formación continua que incluía la "la enseñanza para estudiantes con necesidades educativas especiales" durante los 12 meses previos al cuestionario, la capacitación en "la enseñanza para estudiantes con necesidades educativas especiales" es el tema de formación continua con el mayor porcentaje de docentes que reportan una gran necesidad de ella - 55% en Colombia (comparado con 22% en la OCDE).

En promedio en Colombia, 68% de los directores reportan que la entrega de instrucción de calidad en su establecimiento educativo se ve obstaculizada por la escasez de docentes con la necesaria competencia para enseñar a estudiantes con necesidades educativas especiales (en comparación con 32% en la OCDE).

Recomendaciones de Política Educativa

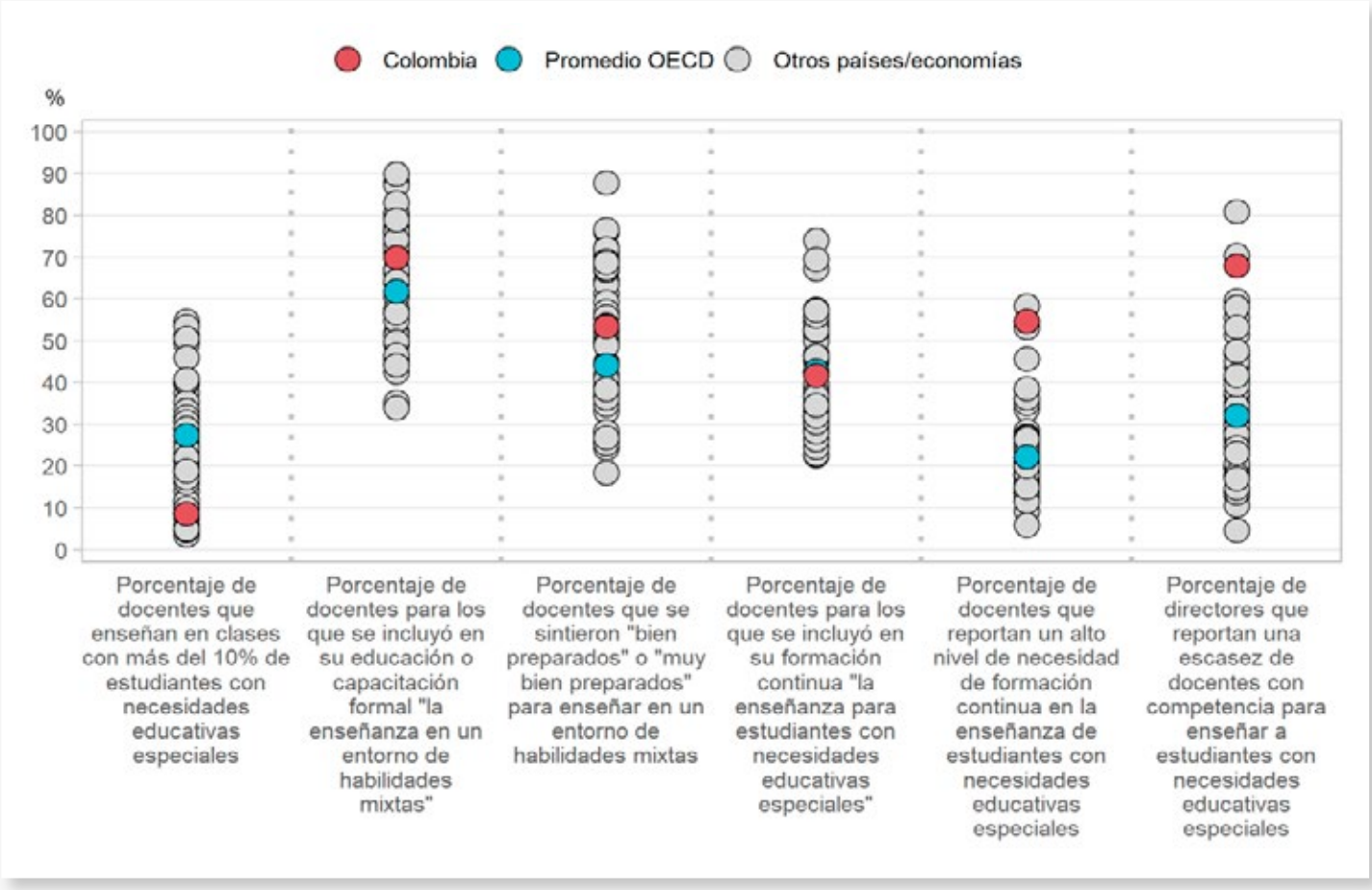


Gráfico 3. Una imagen en torno a la enseñanza de estudiantes con diversas necesidades y niveles de habilidad.
Resultados basados en las respuestas de los docentes y directores de secundaria obligatoria
Nota: Solo se muestran los países y economías con datos disponibles.
Fuente: OCDE, Base de datos TALIS 2018, Tablas I. 3.28, I. 4.13, I. 4.20, I. 5.18, I. 5.21 y I. 3.63.

Los datos de TALIS sobre los docentes y rectores en Colombia arrojan elementos para la reflexión de la política educativa. A continuación se se presentan algunas recomendaciones en respuesta estos resultados:

- Revisar el presupuesto escolar y su asignación: Dar prioridad a la inversión en edificios e instalaciones escolares, así como en materiales educativos de calidad

- Mejorar la seguridad escolar para fomentar el aprendizaje y el bienestar de los estudiantes: Implementar políticas y prácticas a nivel escolar y del sistema para combatir todas las formas de acoso escolar, robo y uso / posesión de drogas.

- Apoyar la formación de los rectores:

  - Identificar a los docentes con aspiraciones a la rectoría y proveer oportunidades para una formación pertinente

  - Para rectores en servicio, otorgar oportunidades de formación continua en áreas de administración y liderazgo.

  - Examinar por qué las mujeres están subrepresentadas dentro los puestos de rectoría (falta oportunidades y/ o autoselección)

- Reforzar la provisión, apoyo y capacitación para la enseñanza de alumnos con necesidades educativas especiales:

  - Invertir en la detección y el diagnóstico de estudiantes con necesidades educativas especiales (el diagnóstico erróneo es costoso para todos)

  - Abordar la escasez de docentes con habilidades para enseñar a estudiantes con necesidades especiales

  - Considerar un subsidio financiero para escuelas convencionales que atienden a estudiantes con necesidades especiales (por ejemplo, para reclutar ayudantes de docentes)

Para saber más visite:

http://www.oecd.org/education/talis/

#SantillanaLab

Disfruta de un espacio de reflexión, con experiencias innovadoras, herramientas tecnológicas y coworking con expertos en educación, que facilitará tu labor docente y te ayudará a comprender los grandes desafíos de la educación.

Ingresa a :

http://www.santillanalab.com/

Rocío Bustamante Saavedra
Ruta Maestra: Excelente mirada sobre el quehacer docente, la mejor estrategia de actualización para la formación de futuros docentes.

Angel María Moreno Mosquera
Ruta Maestra es una invitación a la reflexión padagógica en la cual se busca la transformación de la forma de enseñanza - aprendizaje en el educando, como en los docentes.

Marta Jiménez
Amo Ruta Maestra, por ser la mejor herramienta que nos brinda excelentes artículos que me permiten desarrollar y potencializar las habilidades de mis estudiantes.

Margarita Piaff
Gracias! Excelentes artículos que funcionan como forjadores cognitivos para reactivar nuestro rol dentro de una sociedad que debe cambiar.

Jaime Martínez Escobar / Coordinador Académico
Colegio Santa Bertilla Boscardín
Buenos días. Gracias por compartirme este valioso material de trabajo y de reflexión para mí y para mis maestros.

Alberto Giraldo Jaramillo / Arzobispo Emérito de Medellín.
Muchas gracias por esta magnífica información que ustedes me ofrecen en este día. Trataré de estar atento para aprovechar algunos elementos. Que Dios los bendiga, hoy y siempre en todos sus trabajos .

Artículos Digitales

Recursos interactivos de matemáticas que catalizan cambios metodológicos.

José R. Galo Sánchez
Doctor en Matemáticas por la Universidad de Sevilla (España), profesor de enseñanza secundaria y de Universidad. Presidente de la organización no gubernamental "Red Educativa Digital Descartes" proyectodescartes.org

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/recursos-interactivos-de-matematicas-que-catalizan-cambios-metodologicos/

Profesores de primaria: las matemáticas en su formación

Pedro Gómez
Director de "una empresa docente", el centro de formación e investigación en Educación Matemática de la Facultad de Educación de la Universidad de los Andes. Su principal área de trabajo es la formación de profesores de matemáticas.

Alexandra Bulla
Magíster en Educación Matemática de la Universidad de los Andes. Gestora de proyectos académicos coordinando cursos de formación en matemáticas para profesores en la educación básica y media.

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/profesores-de-primaria-las-matematicas-en-su-formacion/

La matemática, un perímetro complejo de enseñar

Carlos Javier Rojas Álvarez
Magíster en Educación por la Universidad del Norte. Especialista en Docencia Universitaria de la misma universidad. Licenciado en Matemática y Física por la Universidad del Atlántico. Docente de matemática y estadística de la Universidad del Norte. Autor de varios libros entre ellos Razonamiento Cuantitativo 2.a edición y Aplicaciones de las funciones algebráicas.

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/la-matematica-un-perimetro-complejo-de-ensenar/

'El Icfes tiene un Preicfes': familiarizarse con la evaluación gracias a la transformación digital

Felipe Guzmán Ramírez
Director de Tecnología e Información del Icfes. Cuenta con 12 años de experiencia en proyectos e iniciativas de transformación digital de entidades públicas. Especialista en Gobierno y Políticas Públicas. Fue investigador y consultor del Externado en temas de gobierno electrónico y sociedad de la información.

DISPONIBLE EN PDF

http://rutamaestra.santillana.com.co/edicion-26/el-icfes-tiene-un-preicfes-familiarizarse-con-la-evaluacion-gracias-a-la-transformacion-digital/

wemaths

SOMOS MATEMÁTICAS

Una experiencia de aprendizaje para lograr que los estudiantes se emocionen con las matemáticas, las comprendan y mejoren sus resultados.

wemaths es una experiencia de aprendizaje avalada:

DAVID DOCKTERMAN
Catedrático de Educación
Harvard Graduate School of Education
HARVARD UNIVERSITY

ISTE Standards

GeoGebra

MetaMetrics

experienciawemaths.com